

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**UNIVERSIDADE
DE LISBOA**

**TRATAMENTO DE DADOS NO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE:
MEDIDAS ESTATÍSTICAS**

Sandra Isabel Raposeiro Cadima

Relatório

Mestrado em Educação

Didática da Matemática

2013

N-CE
554TRA

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



TRATAMENTO DE DADOS NO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE:
MEDIDAS ESTATÍSTICAS

Sandra Isabel Raposeiro Cadima

Relatório

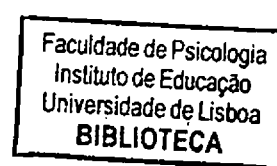
Mestrado em Educação

Didática da Matemática

2013

000011

UNIVERSIDADE DE LISBOA
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO



**TRATAMENTO DE DADOS NO 7.º ANO DE ESCOLARIDADE:
MEDIDAS ESTATÍSTICAS**

Sandra Isabel Raposeiro Cadima

Relatório orientado pela Professora Doutora Hélia Margarida Pintão de Oliveira

Mestrado em Educação

2013

Trabalho realizado no âmbito do Projeto *Desenvolver a literacia estatística: Aprendizagem do aluno e formação do professor* financiado pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia (contrato PTDC/CPE-CED/117933/2010).

Resumo

Este relatório incide sobre uma Unidade de Ensino relativa ao Tratamento de dados, no 7.º ano do ensino básico, no âmbito da qual foi realizado um estudo com o objetivo de compreender as aprendizagens e dificuldades manifestadas pelos alunos no que concerne a conceitos e procedimentos relacionados com as medidas estatísticas, e representação e interpretação de dados.

Os participantes deste estudo são alunos de uma turma do 7.º ano de escolaridade de uma escola pública da periferia de Lisboa. A planificação da Unidade de Ensino integra uma sequência de tarefas que elaborei no sentido de levar os alunos a percorrer as etapas de um estudo estatístico. Em todas as aulas os alunos trabalharam a pares ou em grupo, havendo lugar à análise e discussão em grande grupo.

Para recolher os dados, utilizei dois métodos: (i) observação participante, com a gravação áudio e/ou vídeo e (ii) recolha documental dos trabalhos produzidos pelos alunos, nomeadamente as resoluções das tarefas e do teste final.

Através da análise dos dados, conclui que os alunos realizaram parte das aprendizagens pretendidas e aprofundaram outras iniciadas em anos anteriores, nomeadamente, relativas à média e à moda. No decurso das aulas, ao resolverem as tarefas e o teste final, revelaram ter compreendido os procedimentos a utilizar para calcular a mediana e os outros quartis, mas nem todos conseguiram explicar o seu significado no contexto da situação. O estudo mostra ainda que os alunos têm dificuldade em escolher a medida estatística mais adequada para representar uma distribuição, bem como em explicar o significado de média e mediana no contexto. No que concerne à representação gráfica, nomeadamente, os histogramas e diagrama de extremos e quartis, os alunos evidenciaram ter compreendido como se constroem, no entanto, manifestaram algumas dificuldades na interpretação dos diagramas de extremos e quartis.

Este trabalho constituiu uma reflexão sobre a minha prática profissional tendo contribuído para melhorar o meu desempenho e aprofundar os conhecimentos relacionados com a Estatística.

Palavras-chave: Organização e Tratamento de Dados; medidas estatísticas; representação gráfica; interpretação de dados; 7.º ano.

Abstract

This report concerns a Teaching Unit on Data Treatment in the seventh grade of middle school, within which a study was conducted in order to understand the understanding and the difficulties displayed by the students in concepts and procedures related with statistical measures and representation and interpretation of data.

The students involved in the study are from a seventh grade class of a public school in the suburbs of Lisbon. The process of planning the Teaching Unit involves a sequence of tasks that I developed in order to help students to complete each stage of a statistical study. In every class the students were indicated to work in pairs or groups and that there was also an analysis and discussion in large group.

To gather information, there were used two different methods: (i) participant observation with audio and/or video recording, and (ii) collection of the written work done by the students, in particular the solution of the tasks as well as the final test.

Through data analysis, I was able to conclude that students did part of the intended work and deepened other that they initiated in previous years, especially relating the media and the mode. During the course of classes, by solving tasks and the final test, the students show that they have understood the procedures used to calculate the median and other quartiles, even though not all of them were able to explain their meaning in the context of each situation. The study also shows that students have difficulties in choosing the most appropriate statistical measure to represent a distribution, as well as in explaining the significance of the mean and the median. Regarding the graphic representation, namely the histograms and the boxplots, the students show that they have understood how to build them, but expressed some difficulties in the interpretation of the boxplots.

This work represents a reflection about my professional practice and has helped me improving my performance as a teacher and has deepened my knowledge in the domain of statistics.

Key-Word: Data Treatment and Organisation; statistical measures; graphic representation; data interpretation; seventh grade

Agradecimentos

À minha orientadora, Professora Doutora Hélia Oliveira, pelo apoio no desenvolvimento de todo o trabalho, nomeadamente pelas suas sugestões, críticas pertinentes, conselhos e ensinamentos mas sobretudo pela sua disponibilidade, motivação e incentivo.

À Professora Doutora Ana Henriques pelo apoio dado na elaboração das tarefas, no esclarecimento de dúvidas e sobretudo pela sua disponibilidade e colaboração.

À Direção da Escola onde leciono que desde o início mostrou muito interesse e disponibilidade para a realização do meu trabalho.

Aos meus alunos que colaboraram de forma bastante entusiástica neste trabalho e com quem partilhei agradáveis momentos de discussão e reflexão.

Aos Encarregados de Educação dos respetivos alunos pelo interesse e compreensão demonstrado e pela autorização para a participação dos respetivos educandos na concretização do trabalho.

Às minhas amigas Rosa Dias e Maria José Barroso com quem partilhei dúvidas e angústias e que sempre me ajudaram.

A todos aqueles que direta ou indiretamente, estiveram a meu lado e contribuíram para a concretização deste trabalho.

Um agradecimento muito especial aos meus pais!

Índice

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1. Motivação e Objetivo do trabalho	1
1.2. A escola e a turma	3
1.3. Organização do trabalho	5
Capítulo 2 – Enquadramento e Contexto	7
2.1. Organização e Tratamento de Dados no Programa	7
2.2. Tratamento de dados	9
2.3. Investigações estatísticas	11
2.4. Representações estatísticas	13
2.5. Medidas estatísticas	14
Capítulo 3 – A Unidade de Ensino	21
3.1. A sequência de tarefas	21
3.2. Modo de trabalho em sala de aula	24
3.3. As tarefas	25
3.3.1. Tarefa 1 – <i>Uso excessivo da Internet?</i>	25
3.3.2. Tarefa 2 – <i>Vamos construir um questionário</i>	26
3.3.3. Tarefa 3 – <i>Vamos recordar</i>	26
3.3.4. Tarefa 4 – <i>Construir, analisar e interpretar histogramas</i>	28
3.3.5. Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	29
3.3.6. Tarefa 6 – <i>Quartis e Diagrama de extremos e quartis</i>	30
3.3.7. Tarefa 7 – <i>Vamos tirar conclusões</i>	31
3.4. Avaliação das aprendizagens	31
3.4.1. Relatório dos alunos	31
3.4.2. Teste final	32
Capítulo 4 – Aprendizagem dos alunos na Unidade de Ensino	33
4.1. Ambiente de trabalho na Unidade de Ensino	33
4.2. A análise das aprendizagens dos alunos: métodos e procedimentos	34
4.3. Moda	36
4.3.1. Tarefa 3 - <i>Vamos recordar</i>	36

4.3.2. Tarefa 4 – <i>Construir, analisar e interpretar histogramas</i>	40
4.3.3. Teste final	45
4.3.4. Síntese	47
4.4. Média	48
4.4.1. Tarefa 3 - <i>Vamos recordar</i>	48
4.4.2. Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	53
4.4.3. Tarefa 6 – <i>Quartis e Diagrama de extremos e quartis</i>	60
4.4.4. Teste final	62
4.4.5. Síntese	68
4.5. Mediana	69
4.5.1. Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	70
4.5.2. Tarefa 6 – <i>Quartis e Diagrama de extremos e quartis</i>	75
4.5.3. Teste final	79
4.5.4. Síntese	89
4.6. Qual a medida mais adequada?	91
4.6.1. Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	92
4.6.2 Teste final	95
4.6.3. Síntese	97
4.7. Histograma	97
4.7.1. Tarefa 4 – <i>Construir, analisar e interpretar histogramas</i>	98
4.7.2. Teste final	105
4.7.3. Síntese	110
4.8. Diagrama de extremos e quartis	110
4.8.1. Tarefa 6 – <i>Quartis e Diagrama de extremos e quartis</i>	111
4.8.2. Teste final	120
4.8.3. Síntese	128
Capítulo 5 – Reflexão sobre o trabalho realizado	131
5.1. Conclusões do estudo	131
5.2. Reflexão final	135
Referências	137
Anexos	139

Índice de Anexos

Anexo 1- Pedidos de autorização para a realização do trabalho	140
Anexo 2- Tarefa 1 – <i>Uso excessivo da Internet?</i>	143
Anexo 3- Tarefa 2 – <i>Vamos construir um questionário</i>	144
Anexo 4- Tarefa 3 – <i>Vamos recordar</i>	145
Anexo 5- Tarefa 4 – <i>Construir, analisar e interpretar histogramas</i>	149
Anexo 6- Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	152
Anexo 7- Tarefa 6 – <i>Quartis e Diagrama de extremos e quartis</i>	154
Anexo 8- Tarefa 7 – <i>Vamos tirar conclusões</i>	157
Anexo 9- Relatório dos alunos	158
Anexo 10- Teste final	160

Índice de Figuras

Figura 1- Questão 3.3 da tarefa 3.....	36
Figura 2- Resolução da questão 3.3 da tarefa 3 pelo grupo III.....	37
Figura 3- Resolução da questão 3.3 da tarefa 3 pelo grupo V.....	37
Figura 4- Questão 6.2 da tarefa 3.....	38
Figura 5- Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo III.....	38
Figura 6- Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo V.....	38
Figura 7- Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo II.....	39
Figura 8- Questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 3.....	39
Figura 9- Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 3 pela aluna Érica.....	39
Figura 10- Questão 1.1. da tarefa 4.....	40
Figura 11- Resolução da questão 1.1 da tarefa 4 pelos alunos Carla e Vasco....	40
Figura 12- Resolução da questão 1.1 da tarefa 4 pelos alunos Sara e Dinis.....	40
Figura 13- Questões 1.3.3 e 1.3.4 da tarefa 4.....	41
Figura 14- Questão 2.2 da tarefa 4.....	42
Figura 15- Resolução da questão 2.2 da tarefa 4 pela aluna Carla.....	43
Figura 16- Resolução da questão 2.2 da tarefa 4 pelo aluno José.....	43
Figura 17- Questão 1.3 do T.P.C. da tarefa 6.....	44
Figura 18- Resolução da questão 1.3 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Adélia....	44
Figura 19- Resolução da questão 1.3 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Mara.....	44
Figura 20- Questão 1.4 do teste final.....	45
Figura 21- Resolução da questão 1.4 do teste final pelo aluno Dinis.....	45
Figura 22- Resolução da questão 1.4 do teste final pela aluna Amélia.....	46
Figura 23- Resolução da questão 1.4 do teste final pela aluna Sara.....	46
Figura 24- Questão 5.1 do teste final.....	46
Figura 25- Resolução da questão 5.1 do teste final pela aluna Érica.....	47
Figura 26- Resolução da questão 5.1 do teste final pelo aluno Dinis.....	47
Figura 27- Questão 6.1 da tarefa 3.....	49
Figura 28- Resolução da questão 6.1 da tarefa 3 pelo grupo III.....	50
Figura 29- Resolução da questão 6.1 da tarefa 3 pelo grupo I.....	50
Figura 30- Resolução da questão 6.1 da tarefa 3 pelo grupo V.....	51
Figura 31- Questão 1.1 do T.P.C da tarefa 3.....	51
Figura 32- Resolução da questão 1.1 do T.P.C. da tarefa 3 pela aluna Vera.....	52
Figura 33- Resolução da questão 1.1 do T.P.C. da tarefa 3 pela aluna Érica....	52
Figura 34- Resolução da questão 1.1 do T.P.C. da tarefa 3 pela aluna Inês.....	52
Figura 35- Questão 2.1 da tarefa 5.....	53
Figura 36- Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara....	54
Figura 37- Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelos alunos Anabela, Luísa e Paulo.....	54
Figura 38- Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelos alunos Carla e Vasco....	54
Figura 39- Questão 2.3 da tarefa 5.....	55
Figura 40- Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelos alunos Anabela, Luísa e Paulo	55
Figura 41- Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara....	56
Figura 42- Questão 2.4 da tarefa 5.....	56

Figura 43- Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.....	57
Figura 44- Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara...	57
Figura 45- Questão 3 da tarefa 5.....	57
Figura 46- Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.....	58
Figura 47- Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelos alunos Luísa, Lara e Paulo.....	58
Figura 48- Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara...	59
Figura 49- Questão 4.2 da tarefa 5.....	59
Figura 50- Resolução da questão 4.2 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara...	60
Figura 51- Questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6.....	61
Figura 52- Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Amélia.....	61
Figura 53- Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Dora...	62
Figura 54- Questão 4.2 do teste final.....	62
Figura 55- Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Amélia.....	63
Figura 56- Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Érica.....	63
Figura 57- Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Luísa.....	64
Figura 58- Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Inês.....	64
Figura 59- Resolução da questão 4.2 do teste final pelo aluno Vasco.....	64
Figura 60- Questão 5.2 do teste final.....	65
Figura 61- Resolução da questão 5.2 do teste final pela aluna Amélia.....	65
Figura 62- Resolução da questão 5.2 do teste final pela aluna Vera.....	66
Figura 63- Resolução da questão 5.2 do teste final pelo aluno Vasco.....	66
Figura 64- Questão 5.5 do teste final.....	66
Figura 65- Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Érica.....	67
Figura 66- Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Leonardo.....	67
Figura 67- Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Paulo.....	68
Figura 68- Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Dinis.....	68
Figura 69- Questão 1.1 da tarefa 5.....	70
Figura 70- Resolução da questão 1.1 da tarefa 5.....	71
Figura 71- Questão 1.2 da tarefa 5.....	71
Figura 72- Resolução da questão 1.2 da tarefa 5 pelo aluno José.....	72
Figura 73- Questão 2.2 da tarefa 5.....	72
Figura 74- Resolução da questão 2.2 da tarefa 5 pelo aluno Leonardo.....	72
Figura 75- Resolução da questão 2.2 da tarefa 5 pela aluna Érica.....	73
Figura 76- Questão 2.3 da tarefa 5.....	73
Figura 77- Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelas alunas Érica e Vera....	74
Figura 78- Questão 2.4 da tarefa 5.....	74
Figura 79- Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pela aluna Érica.....	74
Figura 80- Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelo aluno José.....	75
Figura 81- Questão 1.1 da tarefa 6.....	76
Figura 82- Resolução da questão 1.1 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Belmiro e Sara.....	76

Figura 83- Resolução da questão 1.1 da tarefa 6 pelos alunos Carla e Vasco..	76
Figura 84- Resolução da questão 1.1 da tarefa 5 pelos alunos Luísa, Paulo e Lara.....	77
Figura 85- Questão 1.4 do T.P.C. da tarefa 6.....	77
Figura 86- Resolução da questão 1.4 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Érica....	78
Figura 87- Resolução da questão 1.4 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Adélia.	78
Figura 88- Questão 4.3 do teste final.....	79
Figura 89- Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Érica.....	80
Figura 90- Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Vera.....	80
Figura 91- Resolução da questão 4.3 do teste final pelo aluno Dinis.....	80
Figura 92- Questão 5.3 do teste final.....	81
Figura 93- Resolução da questão 5.3 do teste final pela aluna Érica.....	82
Figura 94-Resolução da questão 5.3 do teste final pelo aluno Paulo.....	82
Figura 95- Resolução da questão 5.3 do teste final pelo aluno Belmiro.....	82
Figura 96- Resolução da questão 5.3 do teste final pelo aluno Vasco.....	83
Figura 97- Questão 5.5 do teste final.....	83
Figura 98- Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno José.....	84
Figura 99- Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Adélia.....	84
Figura 100- Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Érica.....	84
Figura 101- Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Belmiro.....	85
Figura 102- Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Amélia.....	85
Figura 103- Questão 6.1 do teste final.....	85
Figura 104- Resolução da questão 6.1 do teste final pela aluna Amélia.....	86
Figura 105- Resolução da questão 6.1 do teste final pelo aluno Belmiro.....	86
Figura 106- Resolução da questão 6.1 do teste final pelo aluno Paulo.....	87
Figura 107- Questão 6.2 do teste final.....	87
Figura 108-Resolução da questão 6.2 do teste final pelo aluno Belmiro.....	88
Figura 109- Resolução da questão 6.2 do teste final pelo aluno José.....	88
Figura 110- Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Amélia.....	88
Figura 111- Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Célia.....	89
Figura 112- Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Adélia.....	89
Figura 113- Questão 1.3 da tarefa 5.....	92
Figura 114- Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelas alunas Sara e Amélia.	93
Figura 115- Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.....	93
Figura 116- Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelas alunas Vera e Adélia.	93
Figura 117- Questão 4.1 da tarefa 5.....	94
Figura 118- Resolução da questão 4.1 da tarefa 5 pelos alunos Luísa, Lara e Paulo.....	95
Figura 119- Questão 5.4 do teste final.....	95
Figura 120- Resolução da questão 5.4 do teste final pelo aluno José.....	96
Figura 121- Resolução da questão 5.4 do teste final pela aluna Amélia.....	96
Figura 122- Resolução da questão 5.4 do teste final pela aluna Érica.....	96
Figura 123- Questão 1.3.1 da tarefa 4.....	98
Figura 124- Resolução da questão 1.3.1 da tarefa 4 pelos alunos Célia e Belmiro.....	99

Figura 125- Resolução da questão 1.3.1 da tarefa 4 pelos alunos Érica e Leonardo.....	99
Figura 126- Questão 1.3.2 da tarefa 4.....	99
Figura 127- Resolução da questão 1.3.2 da tarefa 4 pelas alunas Adélia e Vera.....	100
Figura 128- Resolução da questão 1.3.2 da tarefa 4 pelos alunos Érica e Leonardo.....	100
Figura 129- Questão 2.1 da tarefa 4.....	100
Figura 130- Resoluções da questão 2.1 da tarefa 4.....	101
Figura 131- Resolução da questão 2.1 da tarefa 4.....	101
Figura 132- Questão 2.3 da tarefa 4.....	102
Figura 133- Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pelo aluno Dinis.....	102
Figura 134- Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pela aluna Amélia.....	102
Figura 135- Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pela aluna Érica.....	103
Figura 136- Questão 2.4 da tarefa 4.....	104
Figura 137- Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Érica.....	104
Figura 138- Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Carla.....	105
Figura 139- Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Adélia.....	105
Figura 140- Questão 1.2 do teste final.....	106
Figura 141- Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Luísa.....	107
Figura 142- Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Mara.....	107
Figura 143- Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Anabela.....	108
Figura 144- Questão 1.3 do teste final.....	108
Figura 145- Resolução da questão 1.3 do teste final pela aluna Amélia.....	109
Figura 146- Resolução da questão 1.3 do teste final pelo aluno Dinis.....	109
Figura 147- Resolução da questão 1.3 do teste final pela aluna Anabela.....	110
Figura 148- Questão 1.2 da tarefa 6.....	112
Figura 149- Resolução da questão 1.2 da tarefa 6 pelos alunos Érica e Leonardo.....	112
Figura 150- Resolução da questão 1.2 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.....	113
Figura 151- Questão 1.3 da tarefa 6.....	113
Figura 152- Resolução da questão 1.3 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.....	114
Figura 153- Resolução da questão 1.3 da tarefa 6 pelas alunas Adélia e Vera.....	114
Figura 154- Como se constrói o diagrama de extremos e quartis?.....	114
Figura 155- Diagrama de extremos e quartis.....	115
Figura 156- Questão 1.4 da tarefa 6.....	115
Figura 157- Resolução da questão 1.4 da tarefa 6 pelos alunos Dora e José... ..	116
Figura 158- Resolução da questão 1.4 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.....	116
Figura 159- Questão 2.1 da tarefa 6.....	117
Figura 160- Resolução da questão 2.1 da tarefa 6.....	117
Figura 161- Questão 2.2 da tarefa 6.....	118
Figura 162- Questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6.....	118
Figura 163- Resolução da questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6 pelo aluno Belmiro.....	119

Figura 164- Resolução da questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Adélia.....	119
Figura 165- Questão 3 do teste final.....	120
Figura 166- Resolução da questão 3.1 do teste final pela aluna Amélia.....	121
Figura 167- Resolução da questão 3.2 do teste final pelo aluno Leonardo.....	121
Figura 168- Resolução da questão 3.3 do teste final pelo aluno Belmiro.....	121
Figura 169- Resolução da questão 3.4 do teste final pelo aluno Vasco.....	121
Figura 170- Questão 4.3 do teste final.....	122
Figura 171- Resolução da questão 4.3 do teste final pelo aluno José.....	122
Figura 172- Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Luísa.....	123
Figura 173- Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Anabela.....	123
Figura 174- Questão 4.4 do teste final.....	123
Figura 175- Resolução da questão 4.4 do teste final pelo aluno José.....	124
Figura 176- Resolução da questão 4.4 do teste final pela aluna Adélia.....	124
Figura 177- Resolução da questão 4.4 do teste final pela aluna Luísa.....	125
Figura 178- Questão 4.5 do teste final.....	125
Figura 179- Resolução da questão 4.5 do teste final pelo aluno Leonardo.....	126
Figura 180- Resolução da questão 4.5 do teste final pela aluna Adélia.....	126
Figura 181- Resolução da questão 4.5 do teste final pela aluna Luísa.....	126
Figura 182- Questão 7 do teste final.....	127
Figura 183- Resolução da questão 7 do teste final pela aluna Amélia.....	127
Figura 184- Resolução da questão 7 do teste final pelo aluno José.....	128
Figura 185- Resolução da questão 7 do teste final pelo aluno Leonardo.....	128

Índice de Tabelas

Tabela 1- Planificação da sequência de tarefas.....	23
Tabela 2- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.4 do teste final....	45
Tabela 3- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.1 do teste final....	46
Tabela 4- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.2 do teste final....	63
Tabela 5- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.2 do teste final....	65
Tabela 6- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.5 do teste final....	67
Tabela 7- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.3 do teste final....	79
Tabela 8- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.3 do teste final....	81
Tabela 9- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.5 do teste final....	83
Tabela 10- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 6.1 do teste final...	86
Tabela 11- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 6.2 do teste final...	87
Tabela 12- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.4 do teste final...	95
Tabela 13- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.2 do teste final...	106
Tabela 14- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.3 do teste final...	109
Tabela 15- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 3 do teste final.....	120
Tabela 16- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.3 do teste final...	122
Tabela 17- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.4 do teste final...	124
Tabela 18- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.5 do teste final...	125
Tabela 19- Respostas apresentadas pelos alunos à questão 7 do teste final.....	127

Capítulo 1

Introdução

Este relatório descreve a conceção, realização e avaliação da Unidade de Ensino relativa ao Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade, enquadrado no tema Organização e Tratamento de Dados (O.T.D.) dando ênfase às medidas estatísticas.

Neste capítulo começo por apresentar as principais razões para a escolha do tema e por descrever os objetivos do trabalho. De seguida, faço uma breve caracterização da escola e da turma onde se realizou o estudo e, por fim, refiro a forma como está organizado o relatório.

1.1. Motivação e Objetivo do trabalho

A disciplina de Matemática continua a ser uma área curricular que suscita grande angústia em todos aqueles que a ensinam e nos que a pretendem aprender. Por diversas razões os alunos, de um modo geral revelam grande dificuldade em se apropriar de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como em resolver problemas, interpretar resultados e comunicar matematicamente.

Enquanto docente convivo, diariamente, com as dificuldades dos alunos e com a angústia de lhes proporcionar um ambiente favorável à aprendizagem efetiva dos conteúdos programáticos, sugeridos no programa da disciplina.

Nos últimos anos, o ensino da Estatística tem sido valorizado pelo que atualmente a primeira abordagem é feita logo no primeiro ciclo e, aprofundada e alargada no segundo e terceiro ciclos. A valorização deste tema nos programas da disciplina prende-se com a grande importância que tem no quotidiano, pois permite uma leitura e interpretação, com sentido crítico, da informação estatística disponível. Assim, a Estatística fazendo parte da educação dos alunos desde os níveis de escolaridade mais elementares contribuirá para que estes possam vir a ser cidadãos informados, consumidores inteligentes e profissionais competentes (Martins & Ponte, 2010).

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), vigente no momento de realização do presente estudo, a Estatística incluída na Organização e Tratamento de Dados (O.T.D.) foi reforçada em todos os ciclos de ensino, tendo passado

a fazer parte dos programas escolares da disciplina de Matemática de todos os anos escolares do ensino básico e secundário. O tema é referido explicitamente, pela primeira vez, no 1.º ciclo do ensino básico e as medidas de dispersão, antes lecionadas no secundário, são introduzidas no 3.º ciclo.

Assim, o ensino da Estatística tornou-se num desafio para a prática docente dado que foram introduzidas mudanças significativas que requerem uma adequação da metodologia utilizada no contexto da aula e uma atualização ao nível dos conteúdos programáticos. Estas alterações desencadearam uma reflexão sobre a minha prática em sala de aula, nomeadamente, na escolha e elaboração de tarefas que proporcionem aos alunos experiências de aprendizagem significativas e facilitem uma aprendizagem com verdadeira compreensão, bem como sobre a necessidade de aprofundar os conhecimentos estatísticos.

Com a realização deste trabalho pretendo analisar a aprendizagem das medidas estatísticas, numa turma de 7.º ano de escolaridade, refletindo sobre a compreensão e dificuldades na aprendizagem manifestadas pelos alunos, bem como a adequabilidade da abordagem utilizada na sala de aula. Para isso, analisarei a adequação da estratégia de ensino-aprendizagem de cunho exploratório, recorrendo à aplicação de uma sequência de tarefas, resolução em grupo e a pares complementada por momentos de exploração conjunta de novos conceitos e procedimentos, e de sistematização das aprendizagens, conduzidos por mim. Pretendo ainda melhorar a minha prática letiva e aprofundar o meu conhecimento neste tema.

Pela minha experiência docente considero que o estudo da Estatística, ao nível do ensino básico, tem sido objeto de uma abordagem superficial e na maior parte das vezes desinteressante. Por isso e pelo facto de não ter lecionado nos últimos três anos o 7.º ano de escolaridade e de entretanto ter havido o reajustamento do programa, que inclui significativas alterações no ensino da Estatística, considero interessante estudar a aprendizagem deste tópico, nomeadamente, no que diz respeito às medidas estatísticas, representação e interpretação de dados.

Este trabalho consiste na leção da Unidade de Ensino relativa ao Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade, dando enfoque às aprendizagens e dificuldades manifestadas pelos alunos no que concerne a conceitos e procedimentos relacionados com as medidas estatísticas, representação e interpretação de dados. Considero que, para além

de saber calcular o valor das medidas estatísticas, é importante compreender e saber explicar o significado desse valor no contexto da situação apresentada.

A referida Unidade de Ensino tem, no quadro do programa vigente no momento da realização do presente estudo, como objetivos de aprendizagem: (i) calcular a mediana, quartil, amplitude da distribuição e amplitude interquartis; (ii) explicar o significado de mediana, quartil e amplitude interquartis; (iii) indicar as vantagens e desvantagens na utilização da média e da mediana; (iv) utilizar as medidas estatísticas na interpretação de um conjunto de dados, e (v) construir e interpretar histogramas e diagramas de extremos e quartis. No âmbito desta Unidade de Ensino, e assumindo os referidos objetivos, pretendo realizar um estudo centrado nas aprendizagens dos alunos com o enfoque nas medidas estatísticas, no 7.º ano de escolaridade. Assim, as questões que orientam o estudo são:

- Que compreensão revelam os alunos:

- (i) das medidas estatísticas, nomeadamente, das medidas de localização?

- (ii) dos histogramas e diagramas de extremos e quartis?

- Que dificuldades manifestam os alunos relativamente à compreensão das medidas estatísticas e representações referidas, e à sua utilização na interpretação de dados?

1.2. A escola e a turma

Este trabalho foi realizado na escola E.B. 2, 3 Ruy Belo, sede do Agrupamento de Escolas Ruy Belo, situada na freguesia de Monte Abraão, pertence à cidade de Queluz, concelho de Sintra. Este Agrupamento de Escolas integra três estabelecimentos de ensino: a escola-sede, a escola E. B. 1 / II de Monte Abraão e escola E.B. 1/II de Monte Abraão 2. O Agrupamento de Escolas Ruy Belo é considerado um Território Educativo de Intervenção Prioritária (T.E.I.P.) dada a especificidade da sua população estudantil e do meio envolvente.

Os alunos que frequentam a escola sede são provenientes, maioritariamente, das freguesias de Monte Abraão, Queluz, embora alguns venham, também, de Massamá, Idanha e Belas. Esta comunidade educativa está inserida num meio socioeconómico difícil, e num ambiente multicultural e heterogéneo tendo em conta que é composta por alunos oriundos de famílias do território nacional, mas também por alunos oriundos de diferentes Países Africanos de Língua Oficial Portuguesa (P.A.L.O.P.) e de outros países, nomeadamente, Ucrânia, Paquistão e Brasil. Esta diversidade cultural é bastante

enriquecedora, mas requer um esforço contínuo quer por parte dos docentes, quer por parte das famílias e das próprias crianças, a fim de que a sua integração e o seu desenvolvimento escolar se processem de modo compensador e estruturante.

Um elevado número de alunos tem pouco ou nenhum acompanhamento dos pais e Encarregados de Educação, tanto em relação à sua vida escolar como em relação à ocupação dos seus tempos livres. Os alunos ocupam os seus tempos livres a brincar com jogos multimédia, a ver televisão/vídeo, ouvir música, praticar desporto e a passear com os amigos. Os pais e Encarregados de Educação justificam a ausência de regras e de valores dos seus educandos, pelo facto de terem um trabalho precário que não lhes permite um acompanhamento permanente dos mesmos, bem como, pela existência de muitas famílias monoparentais. Neste contexto, existem alunos com comportamentos desviantes, em situação de delinquência juvenil, e com dificuldade de aceitação de regras e normas. A assiduidade dos alunos é pouco satisfatória sendo grande a preocupação dos diretores de turma em controlar o absentismo que condiciona de uma forma negativa o aproveitamento dos alunos.

A turma de 7.º ano em que decorre este trabalho é composta por vinte e dois alunos, quinze do sexo feminino e sete do sexo masculino. Apenas vinte alunos estão matriculados na disciplina de Matemática dado que dois deles, um rapaz e uma rapariga, têm necessidades educativas especiais, estando abrangidos pelo decreto-lei n.º3 de janeiro de 2008, com a medida do artigo 21º - currículo específico individual. Por esse motivo, o seu currículo é desenhado apenas com algumas disciplinas (T.I.C., Música, Educação Física, Oferta Complementar e Educação Visual) que frequentam em conjunto com a turma, e áreas (Área de Cálculo, Área de Leitura, Cidadania e Mundo Atual, e Cidadania e Mundo Atual/T.I.C.) que têm individualmente. A média de idades da turma, no início do ano letivo, era de doze anos, oscilando as idades entre os onze e os quinze anos. Dois alunos têm retenções no 1.º e no 2.º ciclo e um aluno é repetente no 7.º ano de escolaridade. De referir também que, três alunos revelam no seu processo a necessidade de acompanhamento dos Serviços de Psicologia e Orientação (S.P.O.), tendo sido esta situação diagnosticada no ano letivo transato. Os alunos da turma são de nacionalidade portuguesa à exceção de dois, um angolano e outro brasileiro.

No início do ano letivo e enquanto diretora de turma convoquei os Encarregados de Educação para uma reunião, na qual compareceu a maioria, e constatei que os

presentes mostraram interesse, empenho e preocupação pela vida escolar dos seus educandos, o que me surpreendeu positivamente.

No que concerne ao aproveitamento dos alunos no ano letivo transato, refira-se que nove alunos transitaram sem qualquer nível inferior a três, no entanto, na disciplina de Matemática o aproveitamento foi considerado não satisfatório, uma vez que treze alunos ficaram referenciados para frequentar as aulas de apoio educativo por evidenciarem muitas dificuldades na disciplina. Em relação ao comportamento, tenho constatado que os alunos são curiosos, conversadores e empenhados na realização das tarefas das aulas, não se tendo verificado problemas de indisciplina.

1.3. Organização do trabalho

Este relatório está organizado em cinco capítulos. Neste primeiro capítulo são apresentados a motivação e o objetivo do trabalho, uma breve caracterização do contexto da escola e da turma onde foi realizado o estudo e a organização do relatório. No segundo capítulo faz-se o enquadramento do tema de Organização e Tratamento de Dados (O.T.D.) no programa, uma abordagem ao tópico Tratamento de dados, às investigações estatísticas, representações estatísticas e medidas estatísticas. No terceiro capítulo relativo à Unidade de Ensino, apresenta-se a sequência de tarefas que pretende proporcionar a aprendizagem dos conceitos e procedimentos estatísticos, organização e interpretação de dados, bem como os instrumentos utilizados para avaliar as aprendizagens dos alunos (relatório dos alunos e teste final). Neste capítulo faz-se, ainda, referência ao modo de trabalho em sala de aula e descrevem-se as sete tarefas que integram a sequência de tarefas. No quarto capítulo, descreve-se o ambiente de trabalho na Unidade de Ensino e faz-se uma análise das aprendizagens dos alunos com base nas resoluções apresentadas pelos mesmos. No quinto capítulo, apresentam-se as conclusões do estudo, tendo em conta as questões inicialmente formuladas, e faz-se uma reflexão final sobre o trabalho desenvolvido e as suas implicações na minha prática letiva.

Capítulo 2

Enquadramento e Contexto

Este relatório é referente ao subtópico – Medidas estatísticas, abordado no âmbito do tópico – Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade, enquadrado no tema Organização e Tratamento de Dados (O.T.D.). Assim, neste capítulo faço um enquadramento e contextualização do tema e do respetivo tópico, bem como referência às investigações estatísticas, às diferentes representações estatísticas e, por fim, às medidas estatísticas.

2.1. Organização e Tratamento de Dados no Programa

No ano letivo 1998/99 conclui o curso de Matemática- Ramo Educacional com a realização do estágio pedagógico. A partir desse ano letivo estive sempre colocada em estabelecimentos de ensino básico onde lecionei a disciplina de Matemática a turmas do 3.º ciclo, em particular do 7.º ano de escolaridade, tendo abordado o tema de Estatística sempre de acordo com as orientações do Programa de Matemática publicado em 1990/1991, que era o vigente na altura em que iniciei a minha atividade profissional.

No Programa de Matemática, publicado em 1990/1991, o ensino da Estatística era introduzido no quinto ano de escolaridade, com a iniciação às técnicas de recolha, organização e representação de dados estatísticos através de tabelas e gráficos de barras. No sexto ano, eram introduzidas as medidas de tendência central: moda, média e mediana. Ao nível do terceiro ciclo, o aspeto puramente algébrico na determinação das medidas de tendência central é sobreposto pela utilização dessas mesmas medidas na caracterização, análise e interpretação das distribuições em estudo.

Em 2001, foi publicada uma nova reorganização curricular Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências essenciais (ME-DEB, 2001). Essa publicação refere que o professor deve proporcionar aos alunos situações do quotidiano e experiências de aprendizagem diversificadas e significativas para ele. Assim, ao nível do 3.º ciclo, há a considerar aspetos específicos, nomeadamente, (i) a compreensão das noções de moda, média aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o

que significam em situações concretas; (ii) a sensibilidade para decidir quais as medidas de tendência central são mais adequadas para caracterizar uma situação; (iii) a aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise de dispersão dos dados; (iv) o sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores e a afirmações baseadas em amostras não representativas.

O desenvolvimento do conhecimento sobre o ensino e aprendizagem da Matemática nos últimos quinze anos, e a necessidade de melhorar a articulação entre os programas dos três ciclos foram duas das razões que levaram à publicação, em 2007, de um reajustamento do Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007). Este reajustamento do programa introduziu mudanças significativas.

Assim, os objetivos gerais do ensino da Matemática passaram a ser: (i) promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados, e (ii) desenvolver atitudes positivas face à Matemática e à capacidade de apreciar esta ciência.

As finalidades enunciadas serão concretizadas através de nove objetivos gerais do ensino da Matemática: (i) conhecer os factos e procedimentos básicos; (ii) compreender a Matemática; (iii) lidar com diversas representações; (iv) comunicar Matematicamente; (v) raciocinar Matematicamente; (vi) resolver problemas; (vii) estabelecer conexões; (viii) fazer Matemática de um modo autónomo, e (ix) apreciar Matemática.

Em relação aos temas Matemáticos, estes estão organizados em: (i) Números e operações; (ii) Geometria e Medida; (iii) Álgebra; (iv) Organização e Tratamento de Dados. Deste modo, para a efetiva aprendizagem dos diferentes temas, o aluno deve ter diversos tipos de experiências matemáticas, que contemplem a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação matemática, representações, exploração de conexões, uso de recursos, valorização do cálculo mental, da História da Matemática e do papel da Matemática no mundo atual. Ainda de acordo com o programa, a aprendizagem da matemática pressupõe diferentes formas de trabalho na sala de aula: trabalho individual, a pares, em grupo e coletivo em turma.

O tema Organização e Tratamento de Dados é explicitamente referido nos três ciclos, tendo como propósito principal desenvolver nos alunos a capacidade de

compreender, produzir e utilizar informação estatística para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) atribui um maior destaque à Estatística e, apresenta desde os níveis mais elementares, objetivos de aprendizagem mais exigentes. Nele estão definidos, para cada ciclo, objetivos gerais de aprendizagem. No segundo ciclo, os alunos devem ser capazes de: (i) explorar, analisar, interpretar e utilizar informação de natureza estatística; (ii) selecionar e usar métodos estatísticos apropriados para recolher, organizar e representar dados, e (iii) planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, utilizando linguagem estatística. No terceiro ciclo, os alunos devem ser capazes de: (i) compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a esta informação; (ii) ser capazes de planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, usando linguagem estatística; (iii) desenvolver a compreensão da noção de probabilidade, e (iv) ser capazes de resolver problemas e de comunicar em contextos estatísticos e probabilísticos.

Pelo facto de se ter passado a valorizar o ensino da Estatística, este foi incluído nos três ciclos através do tema Organização e Tratamento de Dados, numa perspetiva de valorização da literacia estatística e do processo de investigação estatística. Para Martins e Ponte (2010), a literacia estatística inclui a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos, usando-os para responder às mais variadas questões. Acrescentam que o professor deve proporcionar o desenvolvimento da capacidade dos alunos compreenderem e utilizarem conceitos (tais como dados, variável, população, amostra, distribuição e medidas estatísticas) e representações estatísticas (como tabelas e gráficos) na resolução de questões diversas.

2.2. Tratamento de dados

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar, do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics (2007) referem que os programas de ensino deverão preparar os alunos para recolher, organizar e apresentar dados relevantes que permitam responder a questões formuladas por eles, bem como, para selecionar e usar na análise de dados os métodos estatísticos mais adequados. Além disso, apresenta também como expectativas em

relação aos alunos: (i) selecionar e usar as representações gráficas de dados qualitativos e quantitativos, de forma adequada ao contexto, incluindo os histogramas e diagramas de extremos e quartis; (ii) identificar, usar e interpretar medidas de localização e de dispersão, incluindo a mediana, os quartis e a amplitude interquartis; e (iii) discutir e compreender a correspondência entre os conjuntos de dados e as suas representações gráficas, sobretudo histogramas, diagrama de caule-e-folhas e diagramas de extremos e quartis.

Segundo o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), o 3.º ciclo alarga o repertório das medidas estatísticas e das formas de representação de dados, incluindo o estudo da mediana, quartis, amplitude interquartis e diagrama de extremos e quartis. Assim, neste ciclo de ensino, os objetivos específicos do tópico Tratamento de dados são: (i) construir, analisar e interpretar representações dos dados (incluindo o histograma) e tirar conclusões; (ii) compreender e determinar a mediana, os quartis e a amplitude interquartis de um conjunto de dados, e utilizar estas estatísticas na sua interpretação; (iii) escolher as medidas de localização mas adequadas para resumir a informação contida nos dados; (iv) comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões; e (v) responder às questões do estudo e conjecturar se as conclusões válidas para a amostra serão válidas para a população.

O programa refere ainda, nas notas, que (i) devem ser utilizadas diferentes representações gráficas: diagrama circular e gráfico de barras, para dados qualitativos; gráfico de barras, para dados discretos; histogramas, para dados contínuos; diagramas de caule-e-folhas e de extremos e quartis, para dados discretos e contínuos; (ii) devem-se usar situações que evidenciem vantagens e desvantagens da média e da mediana, bem como da amplitude e amplitude interquartis; e devem ainda (iii) ser identificadas as semelhanças e diferenças entre as distribuições atendendo às suas formas (simetrias e enviesamento) e medidas de localização e dispersão.

O cálculo das medidas de localização e dispersão permite a caracterização e análise das distribuições estatísticas, além disso, as referidas medidas constituem meios complementares para a interpretação e análise de dados. Assim, e ainda de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), são ainda dadas indicações metodológicas no sentido de (i) ser feita uma análise comparativa da posição relativa da mediana e da média quando as distribuições dos dados são aproximadamente simétricas ou apresentam enviesamento, (ii) chamar a atenção para que dois conjuntos de dados

podem ter a mesma média e as suas distribuições serem muito diferentes, por apresentarem variabilidades diferentes relativamente à média e, (iii) comparar conjuntos de dados com a mesma mediana e amplitudes interquartis diferentes.

2.3. Investigações estatísticas

Hoje em dia, torna-se indispensável compreender a Estatística devido à grande necessidade que temos em entender e usar com eficácia a abundante informação estatística com que nos deparamos diariamente. Desta forma e após o reconhecimento da importância da Estatística, este tema foi reforçado e alargado tornando-se num conteúdo programático transversal aos diferentes ciclos do ensino básico. A crescente preocupação com um ensino significativo da Estatística desencadeou o aparecimento do conceito de literacia estatística, estando a ele associados vários significados que variam consoante o autor. Para Martins e Ponte (2010) o objetivo principal do ensino da Estatística é o desenvolvimento da literacia estatística, que os autores definem como sendo a capacidade de ler e interpretar os dados que estão organizados de diferentes formas (tabelas e gráficos) e que serão utilizados para responder a diversas questões. Acrescentam que o professor deve proporcionar o desenvolvimento da capacidade dos alunos compreenderem e utilizarem variados conceitos e representações estatísticas na resolução de diferentes questões.

As indicações metodológicas apresentadas no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) sugerem que na abordagem do tema Organização e Tratamento de Dados os alunos realizem investigações estatísticas baseadas em situações reais onde utilizem novos conceitos e representações estatísticas, assim como as que já aprenderam nos ciclos anteriores. Cada investigação estatística tem por base um ciclo constituído por quatro etapas: formulação de questões, recolha de dados, representação e análise de dados e interpretação dos dados e formulação de conclusões (Martins & Ponte, 2010).

Segundo Henriques e Oliveira (2012) expor os alunos ao ciclo da investigação estatística dá-lhes a oportunidade de construir uma compreensão da importância de cada uma das etapas e do propósito das várias técnicas estatísticas. Em cada uma das etapas há aspetos importantes a destacar. Assim, na primeira etapa os alunos formulam um problema a investigar que seja do seu interesse e ganham sensibilidade para redigir questões estatísticas que possam ser respondidas através dos dados. Na segunda etapa,

delineiam o processo para recolher dados relevantes que permitam responder às questões formuladas e envolvem-se na própria recolha de dados. Nesta etapa os alunos devem ser alertados para as possíveis fontes de enviesamento. A terceira etapa corresponde à representação e análise de dados que envolve muito assuntos complexos desde a sua ordenação, significado dos números num gráfico, escolha das medidas apropriadas para sumariar e comparar grupos e identificação de relações entre variáveis (Henriques & Oliveira, 2012). Os dados podem ser representados através de gráficos e medidas estatísticas que são importantes ferramentas na obtenção das respostas às questões da investigação, pelo que é fundamental que as compreendam. Segundo estas autoras, os estudos sugerem que os alunos trabalhem com diversos tipos de representações gráficas em contextos que lhes sejam relevantes e com questões dirigidas a diferentes níveis de compreensão para ativar o processo de compreensão gráfica. Referem ainda que, em relação às medidas estatísticas, se verifica muitas vezes que os alunos evidenciam dificuldades na compreensão dos seus significados. Na última etapa do ciclo, os alunos deverão interpretar os resultados obtidos, formulando conclusões.

De acordo com os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2007), os alunos nos primeiros anos de escolaridade vão percebendo que os dados lhes podem transmitir informações acerca de vários aspetos do seu mundo. Assim, a partir daí podem conceber investigações estatísticas, relativamente simples ou, pelo contrário, grandes projetos, para abordar uma determinada questão. Os alunos formulam questões, recolhem os dados através de observações, inquéritos e experiências, representam os dados utilizando tabelas e gráficos e respondem às questões formuladas inicialmente.

Segundo Henriques & Oliveira (2012) a investigação nacional e internacional tem vindo a defender a realização de investigações estatísticas pelos alunos, em contextos próximos do seu “mundo”. Assim, através dessa atividade podem aprender os conceitos e processos específicos da Estatística e discutir algumas das dificuldades e obstáculos que têm que ultrapassar nesse processo.

De acordo com os autores Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007), os alunos conhecem os procedimentos para determinar as medidas de tendência central e são capazes de os utilizar, no entanto, revelam acentuadas dificuldades em construir os seus significados. Assim, estes autores consideram ser necessário propor aos alunos tarefas que exijam a abstração e onde tenham de mobilizar os conhecimentos de um contexto

para outro que lhes seja menos familiar, no sentido de os ajudar a construir os significados estatísticos.

A propósito de um estudo estatístico realizado por alunos do 2.º ciclo, (Canavarro, 2012) relacionado com os seus hábitos, no âmbito do desenvolvimento da literacia estatística, a autora considera que o envolvimento e empenho dos alunos na realização desses estudos devem-se à possibilidade de terem um papel de relevo desde o início, que começa logo na definição dos assuntos a tratar, bem como o de percorrerem todas as etapas do estudo. Segundo esta autora, os estudos estatísticos significativos para os alunos possibilitam-lhes adotar uma atitude mais informada e crítica sobre aspetos essenciais da sua vida, que podem e devem ser, desde cedo, reconhecidos por eles.

2.4. Representações estatísticas

Segundo o NCTM (2007), “o termo representação refere-se à aquisição de um conceito ou de uma relação matemática expressa de uma determinada forma e à forma, em si mesma” (p. 75). É ainda referido que “quando os alunos conseguem aceder às representações matemáticas e às ideias que elas expressam, ficam com um conjunto de ferramentas que aumentam significativamente a sua capacidade de pensar matematicamente” (p.75).

Também no Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) é referida a importância de os alunos serem capazes de lidar com ideias matemáticas em diversas representações, ou seja, deverem (i) ler e interpretar representações simbólicas, pictóricas, tabelas e gráficos e apresentar adequadamente essa informação em qualquer destas formas de representação; e (ii) elaborar e usar representações para registar, organizar e comunicar ideias matemáticas. Este programa destaca igualmente que “as representações matemáticas desempenham um papel importante em toda a aprendizagem da disciplina (Matemática), e o trabalho com os conceitos matemáticos mais importantes deve envolver, sempre que possível, mais do que uma forma de representação” (p. 9).

No tema de Organização e Tratamento de Dados (ME, 2007) são referidas diferentes formas de representar os dados de uma distribuição, nomeadamente, as tabelas de frequências, os gráficos e as medidas estatísticas. No âmbito do referido tema, os alunos do ensino básico devem ser capazes de construir/determinar, usar e interpretar as

diversas representações e relacioná-las entre si, para melhor compreender uma distribuição estatística ou estabelecer comparações entre distribuições.

Assim, desde o primeiro ciclo do ensino básico os alunos devem trabalhar com diferentes representações, tabelas e gráficos, para desenvolver a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas de frequências absolutas e de diversos gráficos. Essa aprendizagem vai sendo alargada e aprofundada nos ciclos seguintes devendo os alunos, ao nível do terceiro ciclo, trabalhar com várias formas de representação de dados, que aprenderam no segundo ciclo, nomeadamente, tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos de barras, circulares e de linhas, e diagrama de caule e folhas e alargar esse repertório aos histogramas e diagramas de extremos e quartis. Os alunos devem aprender a construir e a interpretar tabelas de frequências (absolutas e/ou relativas) e os diversos gráficos uma vez que são instrumentos essenciais à representação e análise de dados.

2.5. Medidas estatísticas

As medidas estatísticas dividem-se em medidas de localização e medidas de dispersão. De acordo com o Programa de Matemática vigente no momento de realização do presente estudo (ME, 2007), poderemos enquadrar a moda, a média, a mediana (o 2.º quartil) e os restantes quartis no grupo das medidas de localização, assim como, os extremos da distribuição, a amplitude da distribuição e a amplitude interquartis encaixam-se nas medidas de dispersão. Além disso, as medidas de localização são abordadas ao longo dos três ciclos de ensino, com a introdução do conceito de moda no primeiro ciclo, de média aritmética no segundo ciclo e de quartis, incluindo a mediana, no terceiro ciclo. A moda, média e mediana também são designadas por medidas de localização central. As medidas de dispersão, nomeadamente os extremos e a amplitude de uma distribuição são referidos no segundo ciclo e a amplitude interquartis apenas no terceiro ciclo.

As medidas estatísticas, de localização e dispersão, permitem caracterizar o conjunto de dados relativos à variável estatística, em estudo. Assim, as medidas de localização representam de uma forma global um conjunto de dados, enquanto as medidas de dispersão são utilizadas no estudo da variabilidade de uma distribuição. Acresce dizer que no entender de Martins e Ponte (2010) uma medida de localização é “um número que nos dá informação sobre a ordem de grandeza dos dados da amostra, não só da parte

central da distribuição dos dados, onde se centram a maior parte dos dados, mas também, nas caudas” (p. 120).

Segundo Cobo (2003), para um mesmo conceito podem encontrar-se diversas definições que realçam diferentes aspetos do seu significado ou referem diferentes formas de cálculo. A média, a moda e a mediana são conceitos matemáticos para os quais surgem variadas definições. Assim, a média pode-se definir como sendo a soma ponderada de cada um dos valores da variável multiplicado pela sua frequência ou ainda como uma medida de posição central, ou seja, um valor central à volta do qual se agrupam os dados. A mediana, valor mediano ou valor central de um conjunto numérico define-se como sendo o valor que ocupa a posição central quando os dados estão ordenados por ordem crescente ou decrescente. A mediana poder-se-á definir também como o valor da variável, que depois de ordenados os dados, metade são inferiores ou iguais a ele e a outra metade são superiores ou iguais a ele. A moda define-se como o valor mais frequente da variável estatística em estudo ou poderá ser o valor que corresponde ao máximo no gráfico de barras.

As medidas de tendência central podem ser consideradas de diversos pontos de vista, nomeadamente, como o resultado de um cálculo, como uma operação sobre um conjunto de dados de distribuição ou ainda, como um resumo estatístico ou parâmetro que caracteriza uma distribuição (Cobo, 2003). Nesta perspetiva, este autor analisou as propriedades numéricas, algébricas e estatísticas da média, moda e mediana.

No que concerne às propriedades numéricas, ou seja, quando a medida é vista como o resultado de um cálculo: (i) a média, moda e mediana são sempre valores pertencentes ao intervalo da variável; (ii) a moda coincide sempre com um dos valores, enquanto a média e a mediana podem não coincidir com um dos dados; (iii) no cálculo da média tem-se em conta todos os valores dos dados, ao contrário da moda e da mediana e, (iv) o valor numérico da média muda quando se altera qualquer dado, o mesmo pode não acontecer com o valor da moda e da mediana.

As propriedades algébricas são as que se deduzem quando se consideram as medidas como uma operação sobre um conjunto de dados, assim: (i) a moda pode considera-se uma operação interna dado que toma um valor do conjunto de dados, ao contrário da média e da mediana que podem tomar valores diferentes dos do conjunto de dados; (ii) a média, moda e mediana consideradas como operações algébricas não têm elemento neutro nem simétrico; (iii) a média, moda e mediana não verificam a

propriedade associativa; (iv) a média, moda e mediana são operações comutativas; (v) conservam as unidades dos dados; (vi) a média da soma de duas ou mais variáveis é igual à soma das médias dessas variáveis, situação que não se verifica para a mediana e para a moda e, (vii) a moda pode não existir ou, existindo pode não ser única, enquanto a média e a mediana existem sempre em dados numéricos.

As propriedades estatísticas são aquelas que se deduzem quando consideramos uma medida estatística como um resumo dos dados, assim: (i) a média, moda e mediana são representantes de um conjunto; (ii) ao contrário da moda e da mediana, a média é o centro dos dados no sentido de ponto de equilíbrio dos mesmos; (iii) nas distribuições simétricas a média coincide com a moda e com a mediana, enquanto nas distribuições assimétricas à direita a ordem em que aparecem é moda-mediana-média e nas assimétricas à esquerda a ordem é média-mediana- moda, pelo que nestes dois casos a mediana é a medida preferível para caracterizar o conjunto de dados; (iv) a média é uma medida pouco resistente, ou seja, é muito sensível aos valores atípicos, ao contrário da moda e da mediana; (v) existe moda para variáveis qualitativas e quantitativas, o que não se verifica para a média e mediana e, (vi) em distribuições uni-modais, a mediana é melhor representante do conjunto de dados que a média.

De acordo com as investigações realizadas, os alunos revelam dificuldades na aprendizagem das medidas de tendência central, nomeadamente, da média e da mediana (Ribeiro, 2005). Segundo Batanero (2001), as medidas de tendência central têm um significado de carácter complexo e no qual se podem identificar elementos intensivos, extensivos, atuativos, ostensivos e validativos. Assim, as dificuldades na compreensão das referidas medidas poderão estar relacionadas com esses elementos que caracterizam cada conceito. Portanto, ao fazer a planificação do ensino deste tópico deve ter-se em conta os elementos que constituem o significado de um objeto matemático, a saber: (i) intensivos – definições, propriedades e suas relações com outros conceitos, (ii) extensivos – reconhecer os problemas em que se deve aplicar um dado conceito, (iii) ostensivos – notações, gráficos, palavras e outras representações do conceito, (iv) atuativos – capacidade operatória com os diferentes algoritmos e procedimentos relacionados com o conceito, e (v) validativos – capacidade de argumentar, justificar propriedades, relações e soluções de problemas.

De seguida, referem-se os erros cometidos pelos alunos relativos aos elementos referidos anteriormente:

- (i) Intensivos: aplicar as propriedades da adição e da multiplicação no cálculo da média, não utilizar o zero no cálculo da média e considerar que o valor da média tem que coincidir com um valor da distribuição;
- (ii) Extensivos: não reconhecer a aplicabilidade dos conceitos nos problemas tipo;
- (iii) e (v) Ostensivos e Validativos: considerar a média como o valor mais frequente, o valor razoável, o ponto médio ou como realizar um algoritmo.
- (iv) Atuativos: na aplicabilidade da média aritmética e da média ponderada, no cálculo de um valor desconhecido a partir da média, ao considerar a moda como a maior frequência absoluta, não ordenar os dados para o cálculo da mediana, enganar-se no calcular o valor da mediana, confundir moda com mediana e, calcular a mediana como valor central das frequências absolutas.

Muitas destas dificuldades prendem-se com o facto de os alunos não entenderem o significado dos conceitos, limitando-se a aplicar de forma mecânica os algoritmos sem compreenderem o seu significado. Desta forma, os alunos não conseguem aplicar os conceitos e procedimentos em situações problemáticas mais complexas, manifestando ainda, dificuldades em argumentar e justificar as suas escolhas ou estratégias seguidas na resolução de tarefas estatísticas.

Fernandes, Carvalho e Correia (2011) referem que dos vários estudos feitos com alunos do 7.º, 12.º ano e ensino superior, sendo estes últimos futuros professores do ensino básico, verificam-se dificuldades nos alunos em atribuir significados às medidas de tendência central e em seleccionar a medida estatística que melhor representa a distribuição. Nesta perspetiva, no ensino das medidas estatísticas dever-se-ia dar mais ênfase à compreensão dos conceitos e ao desenvolvimento da capacidade de justificação/argumentação.

Cobo (2003) considera que estão associados vários problemas aos conceitos de média, moda e mediana. Estes objetos matemáticos resultam da construção humana, podendo assumir diversos significados por diferentes pessoas ou instituições. Assim, em relação à média considera quatro problemas, a saber: (i) estimar uma medida a partir de várias medições na presença de erros, (ii) obter uma quantidade equitativa ao fazer uma divisão para conseguir uma distribuição uniforme, (iii) obter um elemento representativo de um conjunto de dados cuja distribuição seja aproximadamente simétrica, e (iv) saber qual o valor que se obterá com maior probabilidade ao escolher ao acaso um elemento da população para uma variável com distribuição aproximadamente simétrica. Para o mesmo

autor, são três os problemas associados à mediana: (i) encontrar uma medida de posição central, em situações em que a média não seja suficientemente representativa, (ii) encontrar a medida de posição central para variáveis ordinais, e (iii) fazer comparações de dois ou mais conjuntos de dados usando diagramas de extremos e quartis. Em relação à moda: (i) obter um valor representativo de um conjunto de dados, o mais frequente, em situações em que o que interessa é o valor dominante do conjunto, e (ii) encontrar o valor representativo em dados qualitativos.

Para resolver problemas relacionados com as medidas de tendência central podem-se usar técnicas gerais que se adaptam ao tipo de medida, à forma de apresentação dos dados e, ao tipo de variável que se estude, discreta ou contínua (Cobo, 2003). Assim, para o cálculo da média há a considerar o facto de a variável ser discreta com os dados isolados ou apresentados numa tabela de frequências, este último caso é mais complexo pois requer que o aluno saiba interpretar diretamente a tabela e compreenda a ideia de ponderação; no caso de a variável ser contínua ou discreta com os dados agrupados em classes, para calcular a média tem que se utilizar uma variável discreta auxiliar, a marca da classe, sendo que neste caso obtém-se um valor aproximado que depende da amplitude dos intervalos; inversão do algoritmo usado no cálculo da média, para determinar um valor desconhecido do conjunto de dados, sabendo o valor da média; construir uma distribuição para uma média dada, ou seja, conhecido o valor da média, encontrar um conjunto de dados cuja média seja esse valor.

A mediana é uma medida de tendência central cujo algoritmo de cálculo não é único, mas que também depende do tipo de dados, da forma de apresentação dos dados e do número de dados. Além disso, o facto de o valor obtido para a mediana não ser único pode causar dificuldades para os alunos (Cobo, 2003). Assim, há a considerar situações em que o número de dados é par ou ímpar e, não estão agrupados em classes. Em ambas as situações, os dados da distribuição serão ordenados por ordem crescente ou decrescente, sendo que no primeiro caso a mediana é o valor da variável que ocupa o centro da distribuição e, no segundo caso, é o valor da média aritmética dos valores que se encontram no centro da distribuição. Se os dados estiverem representados numa tabela de frequências torna-se facilitador calcular as frequências acumuladas.

O algoritmo para o cálculo da moda depende dos dados, ou seja, pode ser uma variável discreta com valores isolados, ou uma variável discreta ou contínua com os dados agrupados em intervalos. Além disso, a moda pode não ser única ou mesmo não

existir (Cobo, 2003). A variável pode ser discreta com os dados isolados ou com os dados isolados mas apresentados numa tabela de frequências, nestes casos a moda será o valor ou valores da variável que têm maior frequência absoluta. Para a variável contínua ou discreta com dados agrupados em classes, desde que as classes tenham a mesma amplitude, a classe modal será a que tiver maior frequência. A partir do gráfico de barras, a moda será o dado correspondente à barra com maior altura, verificando-se o mesmo para o histograma, ou seja, a classe modal corresponderá ao intervalo com maior altura.

Capítulo 3

A Unidade de Ensino

Neste capítulo começo por apresentar a planificação da sequência de tarefas propostas à turma, seguida da explicação do modo de trabalho desenvolvido em sala de aula, posteriormente descrevo cada uma das sete tarefas que integram a sequência de tarefas e, por fim, faço referência à avaliação das aprendizagens, que inclui o relatório dos alunos e o teste final.

3.1. A sequência de tarefas

Este relatório refere-se ao subtópico Medidas estatísticas enquadradas na Unidade de Ensino Tratamento de dados do 7.º ano de escolaridade do Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007). Na organização do mesmo, foram tidos em consideração os objetivos e indicações metodológicas do programa vigente no momento da realização do presente estudo, as orientações curriculares constantes na brochura Organização e Tratamento de Dados (Martins & Ponte, 2010) e as recomendações dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar do NCTM (2007).

De acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), no âmbito da Unidade de Ensino, os alunos devem ser capazes de compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a esta informação bem como, resolver problemas e comunicar em contextos estatísticos. Assim, o trabalho a desenvolver pelos alunos no decorrer das aulas deve contribuir ainda para o desenvolvimento das capacidades transversais indicadas no programa, nomeadamente, a capacidade de resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados; raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos; comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticas.

Neste sentido, para lecionar a referida a Unidade de Ensino planejei uma sequência de tarefas, organizadas de acordo com os objetivos gerais de aprendizagem propostos para este tópico e tendo em conta as características da turma. Embora todas as tarefas propostas sejam originais, recorrendo aos dados resultantes do questionário desenvolvido pela turma, algumas delas foram inspiradas nos materiais disponibilizados pela Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular (DGIDC) para o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), vigente no ano letivo em que decorreu este trabalho.

Seguindo as orientações metodológicas propostas no PMEB (ME, 2007) e de acordo com as leituras que efetuei (Henriques & Oliveira, 2012; Martins & Ponte, 2010), optei por uma abordagem investigativa, em que os alunos a partir da exploração de uma notícia atual (anexo 2) e, potencialmente, significativa para eles, formularam questões que emergiram de uma discussão em pequenos grupos, tendo subjacente as suas vivências, que foram o ponto de partida para o trabalho a desenvolver. Posteriormente foi escolhida uma amostra constituída por todos os alunos de duas turmas da escola, sendo uma do 7.º ano e outra do 9.º ano. Os alunos contribuíram na construção do questionário (anexo 3), com perguntas formuladas por eles, para recolher dados que lhes iriam permitir responder às questões do seu estudo estatístico. Todos os alunos da amostra responderam ao questionário *online* e, de seguida, com base nos dados recolhidos, os alunos do 7.º ano resolveram um conjunto de tarefas (Tabela 1), que lhes permitiu ampliar os conhecimentos relativos à organização e ao tratamento de dados, iniciado nos ciclos anteriores.

A sequência de tarefas foi elaborada de modo a que fossem percorridas as etapas do estudo estatístico, pretendendo dessa forma contribuir para um maior empenho dos alunos na realização das tarefas e consequentemente numa apropriação significativa de conceitos e procedimentos estatísticos. As tarefas foram todas realizadas em grupo ou a pares, havendo lugar à discussão em grande grupo.

A calendarização para a realização de todas as tarefas foi projetada para ocorrer entre o dia dezasseis de janeiro e sete de fevereiro, num total de nove blocos de noventa minutos, sendo que o último é para a realização do teste final.

Tarefa	Duração Minutos	Objetivos
Tarefa 1 – <i>Uso excessivo da Internet?</i>	45	- Despoletar o interesse dos alunos em realizar um estudo estatístico.
Tarefa 2 – <i>Vamos construir um questionário.</i>	90	- Formular questões suscetíveis de tratamento estatístico; - Elaborar o questionário.
Tarefa 3 – <i>Vamos recordar...</i>	90 + 45 + 90	- Distinguir dados de natureza qualitativa de dados de natureza quantitativa, discreta ou contínua; - Construir e interpretar tabelas de frequências absolutas e relativas; - Construir, analisar e interpretar gráficos circulares, de barras, de linha e diagrama de caule-e-folhas; - Identificar e compreender os extremos e a moda de um conjunto de dados; - Compreender e determinar a média aritmética e a amplitude do conjunto de dados.
Tarefa 4- <i>Construir, analisar e interpretar histogramas</i>	90	- Construir, analisar e interpretar os histogramas; - Identificar a classe modal.
Tarefa 5 – <i>Mediana</i>	45 +	- Compreender e determinar a mediana, os quartis e a amplitude interquartis de um conjunto de dados, e utilizar estas estatísticas na sua interpretação;
Tarefa 6 – <i>Quartis e diagrama de extremos e quartis</i>	90 90	- Identificar as vantagens e desvantagens da amplitude e da amplitude interquartis; - Escolher as medidas de localização central mais adequadas para resumir a informação contida nos dados; - Identificar as vantagens e desvantagens da média e da mediana; - Construir os diagramas de extremos e quartis para dados discretos ou contínuos; - Comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões.
Tarefa 7 – <i>Vamos tirar conclusões</i>	45	- Interpretar e discutir os resultados; - Responder às questões do estudo e formular conjecturas a partir dos resultados.
Relatório	T.P.C	-Mobilizar as aprendizagens e responder a novas questões.
Teste final ¹	90	- Identificar os conhecimentos e as aprendizagens realizadas pelos alunos.
Calendarização: 16 de janeiro até 07 de fevereiro de 2013		

Tabela 1- Planificação da sequência de tarefas.

¹ Por questões de calendário, o teste final foi realizado no dia vinte e um de fevereiro, uma vez que houve interrupção letiva do carnaval e visita de estudo.

3.2. Modo de trabalho em sala de aula

No decorrer das aulas, para resolver as tarefas os alunos trabalharam em grupo ou a pares. A escolha dos alunos para cada grupo foi feita para que ficassem heterogéneos, ou seja, que incluíssem sempre que possível rapazes e raparigas com diferentes dificuldades, permitindo desta forma, uma maior entreaajuda, partilha de saberes e um ambiente favorável à aprendizagem. Atendendo a isso, formaram-se seis grupos, sendo um constituído por quatro alunos e os restantes apenas por três. No entanto, ao longo das aulas, a constituição desses grupos sofreu alterações por questões relacionadas com a falta de comparência de alguns discentes. Por vezes, os alunos trabalharam a pares em vez de em grupo, tendo essa opção resultado do objetivo da tarefa a resolver. Assim, quando o objetivo era a aprendizagem de novos conceitos e procedimentos, os alunos trabalharam a pares, nas restantes aulas trabalharam em grupo. A organização dos pares resultou da separação dos grupos, tendo quando possível juntado um rapaz e uma rapariga pertencentes ao mesmo grupo com níveis de dificuldade diferentes.

Pela minha experiência, considero que a constituição de grupos incluindo alunos dos dois géneros e com diferentes graus de dificuldade é uma estratégia que permite aumentar o interesse na realização das tarefas, registando-se, de um modo geral, menos conversas laterais à aula e maior empenho no trabalho.

O trabalho em grupo e a pares permite que os alunos interajam mais com os colegas, aprendendo a ouvir e a respeitar as opiniões dos outros, a expor e a argumentar as suas ideias, a colocar questões aos colegas, a discutir e a comparar estratégias de resolução bem como a desenvolver o espírito de iniciativa e autonomia.

Os trabalhos de casa, incluindo o relatório dos alunos e o teste final, foram realizados individualmente para reforçar as aprendizagens, avaliar a autonomia, os conhecimentos adquiridos e as capacidades que desenvolveu no decurso da abordagem da unidade de ensino.

A maioria das aulas desenvolveu-se em quatro momentos distintos: (i) apresentação da tarefa, (ii) realização da tarefa em pequenos grupos, (iii) discussão em grande grupo, e (iv) síntese final. A primeira fase tem como propósito entregar a tarefa aos alunos e estimular a participação e o empenho de todos na realização da mesma. No decurso do segundo momento da aula, a resposta ao apoio solicitado pelos alunos foi dada de forma a garantir a persecução do trabalho que os grupos estavam a desenvolver. Esse

apoio foi motivador mas pouco direcionado para não condicionar o raciocínio que estavam a desenvolver. Baseou-se em estimular o questionamento, a tomada de decisões, o uso de linguagem apropriada e o sentido de rigor por forma a desenvolver nos alunos uma atitude crítica. Na terceira fase, cada grupo partilhava com o grupo turma as suas resoluções e conclusões e discutia-se a validade das mesmas. Por fim, no último momento da aula eram sistematizadas as aprendizagens mais relevantes e os conceitos envolvidos nas tarefas propostas. Nem sempre se percorreu os quatro momentos distintos planificados para cada aula.

3.3. As tarefas

Passo de seguida a apresentar as tarefas que estão organizadas numa sequência que tem por objetivo levar os alunos a percorrer as quatro etapas de um estudo estatístico e, simultaneamente, trabalhar conceitos e procedimentos estatísticos, bem como a representação e interpretação de dados.

3.3.1. Tarefa 1 – *Uso excessivo de Internet?*

A realização da primeira tarefa (Anexo 2) tem como principal objetivo despoletar nos alunos o interesse em realizar um estudo estatístico e em formular questões suscetíveis de tratamento estatístico. Para atingir o referido objetivo, a tarefa integra um extrato de uma notícia que refere o projeto EU Kids Online, que realizou um estudo sobre o uso excessivo da Internet entre os jovens dos 11 aos 16 anos, em vinte e cinco países europeus, que será o ponto de partida para promover o interesse e realização do referido estudo. Além da notícia, a tarefa inclui ainda três perguntas com as quais se pretende que os alunos, em pequenos grupos e a partir da análise da notícia, reflitam e discutam sobre a atitude de cada um face à utilização que dão à Internet, nomeadamente, para que fins a utilizam e com que frequência. Solicita-se também que refiram outros aspetos relacionados com o uso da Internet que gostariam de ver respondidos e de como o poderiam fazer e a quem recorreriam. Esta aula tem dois momentos, no primeiro, os alunos analisam e respondem às questões em pequenos grupos, registando as suas respostas no enunciado, e no segundo faz-se a partilha de ideias e a discussão em grande grupo.

3.3.2. Tarefa 2 – *Vamos construir um questionário*

A segunda tarefa (Anexo3) tem como objetivo promover a construção de um questionário que permita dar resposta às questões do estudo estatístico que os alunos irão desenvolver. Assim, partindo de duas questões sugeridas por eles, na aula anterior, pretende-se que, em pequenos grupos, formulem perguntas fechadas e objetivas que possibilitem responder às questões que formularam para o seu estudo. No decorrer da aula, os alunos elaboram perguntas para o questionário que vão sendo comentadas por mim e a partir dessas orientações procedem à sua reformulação. O questionário, depois de elaborado, fica disponível *online* para que as respostas dos alunos participantes fiquem acessíveis automaticamente, o que facilita a sua exportação para uma tabela de dados que lhes é facultada na aula seguinte.

3.3.3. Tarefa 3 – *Vamos recordar...*

A terceira tarefa (Anexo 4) que é constituída por duas partes tem como principal objetivo levar os alunos a relembrar os conceitos e procedimentos estatísticos estudados nos ciclos anteriores. Assim, tendo por base as respostas às perguntas do questionário, os alunos terão de mobilizar os seus conhecimentos e aplicá-los na situação em que os dados são reais.

Na primeira parte da tarefa, na questão 1, face às diferentes variáveis que surgiram na tabela de dados relativos ao inquérito sobre o uso da Internet aplicado a duas turmas, os alunos têm que identificar e distinguir os dados de natureza qualitativa dos dados de natureza quantitativa, discreta e contínua.

Na questão 2 solicita-se que os alunos organizem os dados, construindo uma tabela de frequências absolutas e relativas, apresentando esta última na forma de percentagem, dando-se realce a vários aspetos a saber: significado destes conceitos no contexto em estudo, a integração de dados com frequência nula na referida tabela, aproximações às centésimas (por defeito e por excesso) e total das frequências absolutas e relativas.

Com a questão 3 pretende-se que os alunos interpretem a tabela de frequências absolutas e relativas, e utilizem essa informação para construir diferentes representações gráficas. Assim, partindo da informação da tabela de frequências os alunos têm que a representar através de um gráfico circular e de um gráfico de barras, e identificar a moda apresentando uma justificação válida para a sua resposta.

Na questão 4, os alunos têm que interpretar o gráfico de barras, calcular as percentagens e formular questões que possam ser respondidas com base na informação apresentada no gráfico.

Na questão 5, a partir das respostas correspondentes à idade da mãe dos alunos do 9.º ano, constantes na tabela de dados relativa ao referido ano, os alunos constroem um diagrama de caule e folhas e escrevem algumas conclusões com base nessa representação. Os alunos são levados a lembrar que este tipo de representação apresenta todos os valores do conjunto de dados e que a base da sua construção consiste em dividir cada dado em duas partes: o caule e a folha.

A questão 6 tem como principal objetivo lembrar alguns conceitos estatísticos, nomeadamente, o de média, moda, extremos e amplitude de um conjunto de dados relativos a uma variável estatística quantitativa discreta. Assim, para além do cálculo, os alunos têm que fazer a interpretação e explicar o significado dos diversos conceitos, no contexto do problema. Na questão 6.1 é realçado o facto de, no cálculo da média ser necessário ter em conta todos os valores dos dados, incluindo o zero e que o seu valor poderá não coincidir com um dos dados. Na questão 6.2 os alunos lembram que num conjunto de dados a moda pode não existir e existindo pode não ser única, além disso, realça-se que para determinar o seu valor não se tem em conta todos os dados mas que esta coincide necessariamente com um deles. Na questão 6.3 têm que identificar os extremos no contexto e perceber que a amplitude de um conjunto de dados é uma medida baseada apenas em dois dados, o que a torna “pouco resistente”. As referidas questões são respondidas a partir da informação constante numa tabela de frequências (questão 2) o que, a meu ver, ajuda os alunos a interpretar e a utilizar diferentes formas de representação de dados. Na questão 6.4, pretende-se que interpretem os valores encontrados e que os utilizem para tirar conclusões relativas à variável em estudo.

A questão 6 foi elaborada para que os alunos calculem a média, a moda, os extremos e a amplitude dos dados relativos a uma variável estatística que se obtiveram a partir das respostas dos alunos do 9.º ano e expliquem o seu significado.

A aula terá início com organização dos grupos e com a distribuição da tarefa e da tabela de dados resultantes das respostas dadas ao questionário, pelos alunos dos 7.º e 9.º ano. Numa primeira fase, os alunos trabalham em grupo, sendo o trabalho orientado com a minha intervenção que circulo pelos diferentes grupos, havendo depois lugar à discussão e correção das questões em grande grupo, com sistematização de ideias.

A segunda parte da tarefa três, realizada em casa, consiste em determinar a média, a moda, os extremos e a amplitude dos dados relativos a uma variável estatística que se obtiveram a partir das respostas dos alunos do 7.º ano. Este trabalho de casa, além de permitir consolidar os procedimentos utilizados no cálculo das referidas medidas e os seus significados, possibilita ainda que os alunos estabeleçam comparações entre as duas turmas e tirem as suas conclusões.

3.3.4. Tarefa 4 – *Construir, analisar e interpretar histogramas*

A tarefa 4 (anexo 5) visa introduzir os histogramas, ou seja, uma das formas de representar os dados quantitativos contínuos. Nestes gráficos as barras estão juntas, para transmitir a ideia de continuidade da variável em estudo e a sua base corresponde a um intervalo de classe. Ambiciona-se a promoção da capacidade de interpretação dos histogramas e da sua construção a partir de outras representações.

Na questão 1, os alunos devem identificar a moda a partir de um diagrama de caule e folhas e organizar esses dados numa tabela de frequências absolutas e relativas, estabelecendo conexões entre as diferentes representações. A questão 1.1 surge com o intuito de corroborar as características de um diagrama de caule e folhas e surge também para que os alunos estabeleçam uma comparação entre esta representação e o histograma e tirem as suas conclusões relativas às imagens destas duas representações. Na questão 1.2 é introduzido o conceito de classe e as suas diferentes representações bem como o conceito de amplitude de classe. Com o preenchimento desta tabela pretende-se ainda que os alunos consolidem o cálculo e o significado de frequência absoluta e relativa. Na questão 1.3 devem analisar e interpretar o histograma para dados contínuos, identificar a classe modal e explicar o seu significado e, calcular a amplitude da classe.

Na questão 2 faz-se variar a amplitude das classes para que os alunos possam analisar e comparar as representações gráficas da mesma informação e a respetiva classe modal. Pretende-se que os alunos infiram que quando se altera a amplitude de classe, o histograma pode mudar sensivelmente de aspeto. Além disso, a classe modal também muda necessariamente e as conclusões que se podem retirar, a partir de dois histogramas em que se faz variar a amplitude das classes, poderão ser mais detalhadas numa das duas representações.

3.3.5. Tarefa 5 – Mediana

Com a realização da tarefa 5 (Anexo 6) pretende-se que os alunos passem a ser capazes de compreender e determinar a mediana de uma distribuição, no caso de esta ter um número par ou ímpar de dados. Espera-se ainda que expliquem o significado do valor encontrado para a mediana no contexto em estudo e identifiquem as vantagens da sua utilização face à média. Os alunos devem averiguar se os valores encontrados para a média e para a mediana se alteram quando se acrescentam ou retiram valores ao conjunto de dados. Ao longo da tarefa têm que calcular a média e a mediana e explicar o significado do valor encontrado, no contexto. É fundamental que entendam a informação fornecida por cada medida estatística, em cada uma das situações estudadas.

A questão 1.3 inspira que os alunos consigam escolher de entre as medidas estatísticas- média, moda e mediana-, a mais adequada para resumir a informação contida nos dados, de uma forma fundamentada, devendo a justificação ser dada por exclusão. À medida que os alunos forem resolvendo as questões e tirando as suas conclusões, estas serão sistematizadas realçando-se, nomeadamente, que o valor da mediana, tal como a média, pode não coincidir com um dos dados e para determinar o seu valor não se tem em conta todos os dados da distribuição, como na média, mas apenas os valores centrais depois de ordenados.

Na questão 2 pretende-se que os alunos, para além de calcular o valor da média e da mediana e explicar o significado dos valores encontrados, concluam sobre a “resistência” da média e da mediana, ou seja, que a média altera-se com a inclusão no conjunto de dados de valores muito grandes ou muito pequenos, ao contrário da mediana que não é influenciada por valores atípicos. Deste modo, procura-se que os alunos compreendam que a média é uma medida com pouca resistência e a mediana é uma medida muito resistente. Também se pretende que entendam que quando se altera qualquer valor do conjunto de dados, o valor da média altera-se e o valor da mediana pode não se alterar. Nas questões 2.1 e 2.3 os alunos calculam a média aproveitando a soma obtida aquando do cálculo da média, antes de terem sido acrescentados novos valores ao conjunto de dados, e explicam o significado do valor encontrado. As questões 2.2 e 2.4 visam reforçar o significado de mediana e permitir compreender que quando o número de dados é ímpar, a mediana coincide com um desses valores que se encontra na posição central. A questão 2.4 tem também como objetivo que se estabeleça a

comparação entre os valores encontrados para a média e para a mediana nos casos em que outros valores passaram a integrar o conjunto dos dados.

As questões 3 e 4 têm como objetivos comparar os valores da média e da mediana de diferentes conjuntos de dados, compreender e justificar a semelhança e disparidade dos valores encontrados para essas medidas. Assim, tendo em conta as medidas estatísticas, devem ser identificadas as semelhanças e as diferenças entre os conjuntos de dados. Os alunos devem compreender que, para comparar conjuntos de dados diferentes, pode ser útil recorrer a medidas estatísticas distintas.

3.3.6. Tarefa 6 – *Quartis e diagrama de extremos e quartis*

Esta tarefa 6 (Anexo 7) tem como finalidade levar os alunos a compreender, determinar e explicar o significado dos quartis e da amplitude interquartis de um conjunto de dados. Pretende-se ainda promover a compreensão da construção dos diagramas de extremos e quartis para dados discretos e contínuos, realçando-se a importância da informação que traduz, no que diz respeito à simetria e dispersão dos dados, não só na parte central, mas também nas caudas da distribuição.

Na primeira parte da tarefa, na questão 1.1 os alunos relembram o procedimento para calcular a mediana, partindo de um diagrama de caule e folhas, salientando-se a vantagem de os dados já estarem ordenados, por ordem crescente, e explicam o seu significado no contexto da situação. A questão 1.2 surge na sequência da alínea anterior para introduzir o significado de quartis como sendo pontos que dividem o conjunto dos dados em quatro partes, com igual percentagem de elementos. Na questão 1.3 aparece um diagrama de extremos e quartis, já construído, que é analisado e explorado em grande grupo, sendo explicado e mostrado aos alunos que esta representação põe em evidência a forma como os dados se distribuem mostrando os valores dos extremos e dos três quartis. O referido diagrama pode aparecer na horizontal ou na vertical. Na questão 1.4 os alunos devem compreender como se determina a amplitude interquartil e que esta dá informação sobre a amplitude do intervalo que contém 50% dos dados centrais.

Na questão 2 os alunos constroem os diagramas de extremos e quartis a partir da informação constante nas tabelas de frequências absolutas e comparam-nos, sendo realçada a importância desta representação gráfica quando se pretendem comparar vários conjuntos de dados. Procura-se ainda que façam uma análise comparativa da posição relativa da mediana e da média quando as distribuições dos dados são aproximadamente

simétricas ou enviesadas. Nessa análise deverá ser destacado que a amplitude interquartil será tanto maior quanto maior for a variabilidade dos dados.

A segunda parte da tarefa, realizada em casa, tem como principal objetivo contribuir para consolidar as aprendizagens realizadas em relação ao cálculo e ao significado das medidas: média, moda, mediana, extremos, amplitude e quartis. Além de possibilitar a comparação de duas distribuições, sendo que uma delas se obteve a partir da outra por introdução de mais dados, o que implicou a alteração dos valores anteriormente encontrados para as medidas estatísticas.

3.3.7. Tarefa 7 – *Vamos tirar conclusões...*

Com esta tarefa 7 (Anexo 8) pretende-se que os alunos deem resposta às questões do seu estudo, baseando-se nas conclusões a que chegam aquando da organização e do tratamento dos dados recolhidos, que serão induzidas pela sequência de tarefas apresentada. Assim, foram selecionadas três questões relacionadas com as questões do estudo e duas perguntas do questionário que são trabalhadas ao longo das tarefas e cujos resultados são usados para dar resposta às referidas questões.

A aula terá dois momentos sendo que, no primeiro, os alunos trabalham em pequenos grupos e no segundo momento há lugar à partilha e à discussão em grande grupo.

3.4. Avaliação das aprendizagens

Para avaliar as aprendizagens que os alunos fizeram durante a abordagem da Unidade de Ensino relativa ao Tratamento de dados no 7.º ano de escolaridade, foi planeada a realização de um trabalho individual, designado por relatório dos alunos, e um teste final escrito.

3.4.1. Relatório dos alunos

No decorrer das aulas é proposto aos alunos a elaboração de um relatório (Anexo 9), que deverão fazer em casa, individualmente e com o qual se pretende que desenvolvam procedimentos estatísticos, interpretem os resultados obtidos e formulem conjecturas a partir deles, usando linguagem estatística. Neste sentido, devem ser capazes de mobilizar as aprendizagens realizadas, durante as aulas, para responder à questão

global do estudo: “Os jovens destas duas turmas fazem um uso excessivo da internet?”. Assim, os alunos têm que organizar a informação, que se apresenta numa tabela de dados, recorrendo a tabelas de frequências absolutas e relativas, gráficos e medidas estatísticas, e tirar as conclusões com base na análise que fizeram.

3.4.2. Teste final

A aplicação do teste final (Anexo 10) tem como principal objetivo avaliar as aprendizagens realizadas pelos alunos no tópico do Tratamento de dados.

Assim, na questão 1 pretende avaliar-se o significado de frequência relativa aplicada a dados agrupados em classes, a construção e interpretação de um histograma, e a noção de classe modal.

Nas questões 2 e 3 pretende-se que os alunos interpretem um gráfico circular e um diagrama de extremos e quartis, comentando afirmações relacionadas com a informação que cada um dos gráficos representa.

Na questão 4 a informação estatística está representada num gráfico de barras e com base nessa informação os alunos devem calcular a média e explicar o seu significado no contexto do problema, determinar os extremos, quartis e a amplitude interquartis e construir o diagrama de extremos e quartis.

Na questão 5 a informação é apresentada na forma de tabela a partir da qual os alunos têm que determinar as medidas estatísticas e explicar o seu significado no contexto do problema. Na questão 5.4 pretende-se que os alunos justifiquem qual das medidas, média ou mediana, é a mais adequada para resumir a informação. Nas questões 5.5 e 6.2 pretende-se averiguar se os alunos entenderam a possível variação da média e da mediana com a alteração do conjunto de dados.

Com a questão 7 procura-se que os alunos comparem e tirem as suas conclusões relativas a duas distribuições cuja informação é apresentada através de diagramas de extremos e quartis.

Capítulo 4

Aprendizagens dos alunos na Unidade de Ensino

Neste capítulo começo por descrever o ambiente de trabalho registado nas aulas em que foi desenvolvida a Unidade de Ensino relativa ao Tratamento de dados. De seguida, refiro os métodos e procedimentos de recolha de dados e a forma como foi feita a análise dos mesmos. Nas seis secções seguintes analiso as aprendizagens e as dificuldades evidenciadas pelos alunos para cada um dos subtópicos da Unidade de Ensino- moda, média, mediana, qual a medida mais adequada, histograma e diagrama de extremos e quartis -, tendo para isso percorrido as questões em que esse assunto foi trabalhado, nas diversas tarefas. No fim de cada uma destas secções, apresento uma síntese com as ideias principais relativas às aprendizagens e dificuldades demonstradas pelos alunos.

4.1. Ambiente de trabalho na Unidade de Ensino

A turma participante no estudo foi-me atribuída no início do ano letivo e, portanto, nunca tinha trabalhado com estes alunos. Assim, sempre que possível, desde o início do ano, fui-lhes proporcionando aulas de trabalho em grupo, para que se apropriassem das regras deste método de trabalho pouco habitual para eles. Apesar de não estarem familiarizados com este tipo de aulas reagiram muito bem, partilhando ideias e dúvidas com os colegas do grupo, tendo-se registado uma grande entreajuda e colaboração nos diferentes grupos de alunos.

Quando iniciei a Unidade de Ensino, no 2.º período, os alunos mostraram uma certa ansiedade e inquietude pelo facto de haver uma câmara de filmar e gravadores na sala de aula. No entanto, ao fim de algumas aulas foram-se abstraindo dessa situação e já não se mostravam tão constrangidos, participando de uma forma mais espontânea.

Na primeira aula da Unidade de Ensino, quando foi apresentada a tarefa 1 (Anexo 2) aos alunos, estes mostraram alguma estranheza por estarem a analisar e discutir uma notícia sobre o uso excessivo da Internet pelos jovens, na aula de Matemática, não percebendo a ligação dessa tarefa com a disciplina. Ainda assim, mostraram-se

interessados no tema e participativos. Na aula seguinte, perceberam que o objetivo era que fizessem um estudo estatístico relacionado com o tema da notícia analisada na aula anterior. Depois de explicar o significado de estudo estatístico e clarificar as suas etapas, os alunos ficaram entusiasmados e mostraram empenho na resolução das tarefas seguintes.

Observei, em particular, quando distribui as tabelas com os dados resultantes das respostas ao questionário, que os alunos mostraram muita curiosidade e interesse, começando logo a estabelecer comparações entre a sua turma e a do 9.º ano, bem como a conjecturar sobre as respostas de cada turma.

Nas tarefas iniciais registei que alguns alunos trabalhavam os dados dos enunciados das questões dissociados do contexto. Perante esta situação, fui remetendo sistematicamente para o ponto de partida de todo o trabalho, a notícia sobre o uso da Internet pelos jovens, lembrando-os que estavam na terceira etapa do estudo estatístico, ou seja, na análise dos dados recolhidos. Fui questionando-os sobre a forma como obtiveram os dados que constam nas tabelas, levando-os a recordar que estes resultaram das respostas ao questionário que, eles e os seus colegas do 9.º ano, responderam *online*. No decorrer das aulas registou-se uma evolução positiva, tendo sido notória a sua consciencialização do facto de os dados das tarefas serem reais.

4.2. A análise das aprendizagens dos alunos: métodos e procedimentos

Este estudo tem uma natureza descritiva e simultaneamente interpretativa visando compreender a aprendizagem de conceitos e procedimentos estatísticos, bem como a interpretação de dados estatísticos, dos alunos de uma turma do 7.º ano, no contexto de uma Unidade de Ensino.

Para recolher os dados, no decurso da Unidade de Ensino, utilizei os seguintes métodos: (i) observação participante, com a gravação áudio e/ou vídeo e (ii) recolha documental dos trabalhos produzidos pelos alunos. No entanto, para a análise de dados, neste relatório, apoiei-me essencialmente na recolha documental, por considerar que me trazia, por si só, elementos relevantes para o problema em estudo.

Pelo facto de desempenhar simultaneamente o papel de investigadora e professora não me era possível registar, por escrito, os episódios de sala de aula. Assim optei por fazer a gravação das aulas com a devida autorização de todos os Encarregados de

Educação dos alunos da turma, com os quais se realizou o estudo. Usei uma câmara fixa que registava os momentos de trabalho em grupo turma e um gravador em alguns grupos de alunos, de modo a poder rever as aulas para ter uma melhor perceção do modo como a atividade dos alunos se desenvolvia. Estes dados foram úteis essencialmente para o meu papel como professora, uma vez que me permitiram ir ajustando a minha atuação em função do que sentia serem as dificuldades e necessidades dos alunos, em cada aula.

De forma a dar resposta às questões formuladas neste estudo, foram analisados os dados recolhidos através de recolha documental, em particular as resoluções dos alunos das diferentes tarefas matemáticas e do teste final. A análise dos dados revestiu-se essencialmente de um carácter descritivo e interpretativo. Deste modo, fiz uma análise qualitativa das resoluções dos pares ou grupos de alunos das diversas tarefas, organizadas segundo os subtópicos do Tratamento de dados do 7.º ano de escolaridade - moda, média, mediana, qual a medida mais adequada, histogramas e diagramas de extremos e quartis. No caso dos trabalhos de casa que propus, analisei as resoluções individuais apresentadas por todos os alunos que o realizaram. Para cada tema procurei apresentar resoluções com diferentes níveis de desempenho de forma a evidenciar raciocínios corretos, parcialmente corretos e incorretos de tal forma que seja possível ter uma boa perceção acerca das aprendizagens realizadas e das dificuldades manifestadas.

Depois de concluída a Unidade Curricular, foi aplicado um teste final (Anexo 10) com o intuito de analisar e verificar algumas das aprendizagens realizadas pelos alunos, individualmente, no decurso das aulas. Neste caso fiz uma análise quantitativa de todas as resoluções do teste final, dos dezoito alunos, organizadas segundo os referidos temas. Para cada tema foram selecionadas as questões do teste com este relacionadas, quantificadas as respostas de cada aluno, de acordo com descritores definidos e apresentadas as percentagens numa tabela. Os descritores foram definidos de acordo com cada questão, em “respostas corretas”, “respostas parcialmente corretas” e “incorretas”, de tal modo que fosse possível verificar as aprendizagens, os erros frequentes e as dificuldades evidenciadas pelos alunos.

O relatório solicitado aos alunos sobre o estudo que realizaram (Anexo 9) não foi objeto de análise neste trabalho, por se considerar que as restantes fontes de dados já forneciam um conjunto muito significativo de informação.

4.3. Moda

O conceito de moda é introduzido no primeiro ciclo do ensino básico (ME, 2007) em conjugação com a representação de dados em tabelas e gráficos, para interpretar e comparar informação. Nos ciclos seguintes é reforçada a compreensão da noção de moda, tendo os alunos que ser capazes de determiná-la e interpretar o significado em situações concretas (ME, 2007).

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de nove questões integradas em diferentes tarefas, sendo que as duas últimas fazem parte do teste final. As quatro primeiras questões prendem-se com o conceito de moda aplicado a variáveis qualitativas e quantitativas, estando os dados organizados em tabelas de frequências e diagrama de caule e folhas. Com as duas questões seguintes foi introduzido o conceito de classe modal e de amplitude de classe, estando os dados organizados num histograma e numa tabela de frequências. Na questão seguinte, os alunos averiguaram se o valor da moda sofre alguma alteração quando são acrescentados dados a uma distribuição. As duas questões do teste final permitem averiguar se os alunos compreenderam o conceito de classe modal e de moda, bem como o seu significado aplicado ao contexto. Finalmente, será apresentada uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como as dificuldades evidenciadas na resolução das diferentes questões.

4.3.1. Tarefa 3 – Vamos recordar...

Com a resolução da questão 3.3 da tarefa 3 (Figura 1) pretendia-se que os alunos recordassem o conceito de moda e relembrassem que esta pode ser identificada em dados qualitativos.

3. A tabela de frequências sistematiza os dados relativos ao maior utilizador da internet em casa dos alunos da vossa turma (7.º ano).		
3.3. Qual é a moda relativa ao maior utilizador da internet em casa dos alunos do 7.º ano? Justifica a tua resposta.	Maiores utilizadores da Internet	Frequência absoluta
	Eu	11
	Mãe / enc.educ.	2
	Pai/ enc.educ.	10%
	Irmã(o)	28%
Total		21
		100%

Figura 1: Questão 3.3 da tarefa 3.

Anteriormente, os alunos já tinham identificado a variável em estudo (maior utilizador da Internet) como sendo uma variável qualitativa. A partir da tabela de frequências, facilmente identificaram a moda como sendo “eu” atendendo ao facto de este ser o dado com maior frequência. Questionei os alunos sobre o número de modas que esta distribuição tem, ao que responderam apenas uma, lembrando-os que nem sempre é assim. Além disso, coloquei questões do sentido de os levar a concluir que a moda, quando existe, coincide com um dos dados da distribuição.

Todos os grupos de trabalho revelaram ter presente o conceito de moda. Os exemplos seguintes ilustram duas dessas resoluções.

Os alunos do grupo III (Belmiro, Amélia, Vera e Vasco) responderam corretamente e atenderam ao contexto em questão pois, tiveram em conta que os dados foram recolhidos numa turma do 7.º ano, e identificaram o “eu” como sendo o próprio aluno, ou seja, sendo ele o maior utilizador da internet.

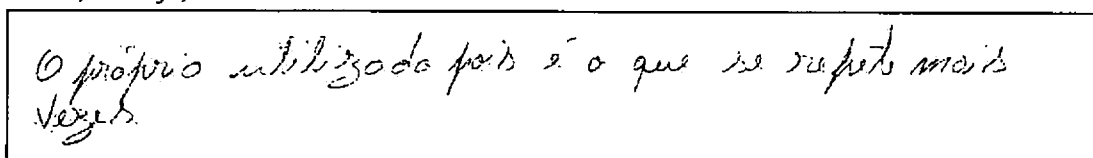
A rectangular box containing handwritten text in black ink. The text reads: "O próprio utilizado pois é o que se repete mais vezes."

Figura 2: Resolução da questão 3.3 da tarefa 3 pelo grupo III.

Os alunos do grupo V (Anabela, Luísa e Paulo) também identificaram corretamente a moda atendendo à sua definição.

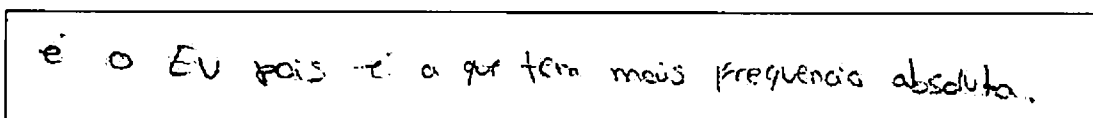
A rectangular box containing handwritten text in black ink. The text reads: "é o EU pois é o que tem mais frequência absoluta."

Figura 3: Resolução da questão 3.3 da tarefa 3 pelo grupo V.

O principal objetivo da questão 6.2 da tarefa 3 (Figura 4) era que os alunos conseguissem identificar a moda atendendo ao facto de a variável em estudo ser quantitativa discreta e de os dados estarem organizados numa tabela de frequências. Além disso, pretendia-se que os alunos concluíssem que a distribuição é bimodal.

<p>6. Com base na tabela que construístes na questão 2:</p> <p>6.2. Indica a moda do número de horas que os alunos ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Justifica a tua resposta.</p>	Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
	1	5	$\frac{5}{22} \approx 0,227$	23%
	2	6	$\frac{6}{22} \approx 0,273$	27%
	3	6	$\frac{6}{22} \approx 0,273$	27%
	4	1	$\frac{1}{22} \approx 0,045$	5%
	5	1	$\frac{1}{22} \approx 0,045$	5%
	6	0	$\frac{0}{22} = 0$	0%
	7	0	$\frac{0}{22} = 0$	0%
	8	3	$\frac{3}{22} \approx 0,136$	13%
	Total	22	1	100%

Figura 4: Questão 6.2. da tarefa 3.

Os alunos do grupo III (Belmiro, Amélia, Vera e Vasco) identificaram corretamente os dados com maior frequência, como sendo as modas, e utilizaram o termo bimodal.

R: A moda de horas que os alunos ficam a navegar na internet sem fazer pausa é de 3 e 2 horas, porque têm maior frequência ou seja é bimodal.

Figura 5: Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo III.

Os alunos do grupo V (Anabela, Luísa e Paulo) não referem de forma explícita o valor da moda, no entanto, interpretaram corretamente a informação da tabela de frequências e utilizaram o termo bimodal explicitando o seu significado.

A moda é bimodal, porque tem 2 números com a mesma frequência
 3h = 6 alunos 1h = 5 alunos 5h = 3 alunos
 2h = 6 alunos 4h = 1 aluno

Figura 6: Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo V.

Os alunos do grupo II (Adélia, Sara e Dinis) identificaram corretamente os valores da moda mas não justificaram a resposta nem utilizaram o termo bimodal.

R: A moda é 2 e 3 horas.

Figura 7: Resolução da questão 6.2 da tarefa 3 pelo grupo II.

Um dos objetivos da segunda parte da tarefa 3, T.P.C, era consolidar alguns dos conceitos lembrados aquando da resolução da primeira parte dessa tarefa. Deste modo, pretendia-se que os alunos a partir da tabela de frequências e para uma variável quantitativa discreta identificassem a moda da distribuição e justificassem a sua resposta.

1. Com base nos dados da Tabela relativos ao **número de horas que os alunos do 7.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa** foi elaborada a seguinte tabela de frequências absolutas e relativas.

Número de horas	Frequência absoluta f_a	Frequência relativa f_r	Frequência relativa f_r (em %)
1	6	0,4	40%
2	4	0,26	26%
3	3	0,2	20%
4	1	0,07	7%
5	1	0,07	7%
Total	15	1	100%

Observação: 6 alunos responderam – “ não se aplica”

1.1. Indica a moda do número de horas que os alunos ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Justifica a tua resposta.

Figura 8: Questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 3.

Pela análise das resoluções apresentadas, verifiquei que os alunos não revelaram quaisquer dificuldades na resolução desta questão.

Os alunos identificaram a moda como sendo uma hora e justificaram a resposta atendendo à definição de moda, ou seja, o dado da distribuição com maior frequência absoluta. A resolução seguinte é exemplificativa das respostas apresentadas pelos alunos da turma que realizaram o trabalho de casa.

A moda é 1 hora porque é o que se repete mais vezes.

Figura 9: Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 3 pela aluna Érica.

4.3.2. Tarefa 4 - Construir, analisar e interpretar histogramas

Com a resolução da questão 1.1 da tarefa 4 (Figura 10) pretendia-se que os alunos a partir dos dados qualitativos organizados num diagrama de caule e folhas identificassem a moda e justificassem a resposta.

1. Na tarefa 3 construiste um diagrama de caule e folhas para representar a idade das mães dos alunos do 9.º ano. Um aluno respondeu: “não se aplica”.

1.1. Qual é a idade predominante das mães dos alunos do 9.º ano?
Justifica a tua resposta.

2	9
3	6 7 7 8 8 8 9
4	1 2 3 4 4 5 6 8 8 9
5	1 2

Figura 10: Questão 1.1 da tarefa 4.

Os alunos conseguiram resolver a questão 1.1 sem dificuldade, tendo apresentado como resposta os dois valores da distribuição com maior frequência, ou seja, 37 e 38 anos (Figuras 11 e 12). Durante a correção em grande grupo, os alunos referiram que a moda coincide com um dos valores da distribuição e pode não ser única. A par destas conclusões questionei os alunos sobre a possibilidade de a moda poder não existir.

Os exemplos seguintes ilustram as resoluções apresentadas pelos diferentes grupos de alunos. Todos eles evidenciam ter compreendido a noção de moda.

A idade predominante é de 37 e 38 anos. Porque se repetem mais vezes.

Figura 11: Resolução da questão 1.1 da tarefa 4 pelos alunos Carla e Vasco.

A Idade com mais frequência é 37 e 38 anos.

Figura 12: Resolução da questão 1.1 da tarefa 4 pelos alunos Sara e Dinis.

A questão 1.3 da tarefa 4 (Figura 13) tinha como principal objetivo introduzir uma representação gráfica para os dados quantitativos agrupados em classes, ou seja, os

histogramas. Assim, tendo por base a análise e interpretação desta representação gráfica, os alunos deduziram os conceitos de classe modal (Questão 1.3.3) e de amplitude da classe (Questão 1.3.4) por analogia com a definição de moda e amplitude de uma distribuição.

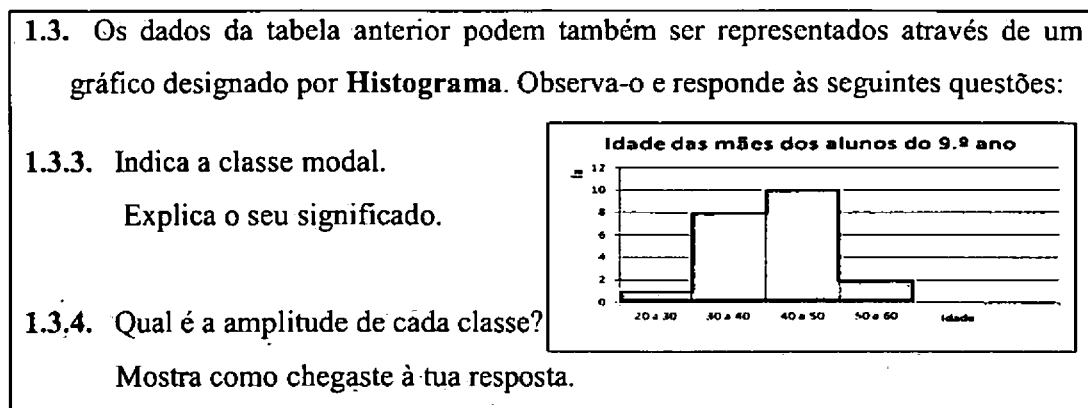


Figura 13: Questões 1.3.3 e 1.3.4 da tarefa 4.

Os alunos fizeram a resolução das referidas questões em contexto de aula, trabalhando a pares e com a minha orientação. Numa primeira fase, circulamos pelas mesas e esclarecemos as dúvidas e, posteriormente, alargamos a discussão ao grupo turma.

Na questão 1.3.3, para que os alunos compreendessem o conceito de classe modal, foram sendo colocadas questões que remetiam para a definição de moda numa tentativa de que eles deduzissem o significado de classe modal.

Professora: O que significa moda?

Aluno: É a resposta mais frequente.

Professora: Já tinham concluído noutra tarefa que as idades mais frequentes eram o 37 e 38, aqui não é idade mas sim é a classe mais frequente. Então, qual é a classe com maior frequência? Qual é?

Aluno: 40 a 50.

Professora: Exato. Quer dizer que o maior número de mães tem entre 40 e 50 anos, mas o 50 não conta.

Na questão 1.3.4 questionei os alunos sobre o procedimento para o cálculo da amplitude de uma distribuição e tentei que mobilizassem esse conhecimento e o aplicassem para o cálculo da amplitude de uma classe.

Professora: Quando calcularam, noutra tarefa, a amplitude de uma distribuição, como é que vocês fizeram?

Aluno: Fizemos a diferença entre o maior extremo e o menor extremo.

Professora: Então se agora é a amplitude da classe, o que é que vamos fazer?

Os alunos não conseguem responder, então a professora volta a orientar a discussão.

Professora: Quantas classes estão aí representadas?

Aluno: Quatro.

Professora: Eu quero saber qual é a amplitude de cada classe. Qual é a primeira classe?

Aluno: 20 a 30.

Professora: Qual é a amplitude dessa classe?

Aluno: 10.

Professora: Porquê?

Aluno: Porque 30 menos 20 dá 10.

Professora: Qual é a segunda classe?

Aluno: 30 a 40.

Professora: Qual é a amplitude?

Aluno: 10.

De seguida sistematizei, em conjunto com os alunos, a ideia principal de que a amplitude de uma classe determina-se fazendo a diferença entre o extremo maior e o extremo menor. Os alunos registaram a resposta.

Com a resolução da questão 2 da tarefa 4 (Figura 14) pretendia-se que os alunos conseguissem agrupar os dados em classes e verificassem que, fazendo variar a amplitude das classes, a classe modal pode alterar-se. Assim nesta questão, que foi resolvida em casa, os alunos tiveram que identificar a classe modal para uma distribuição cujos dados inicialmente estavam agrupados em classes de amplitude dez e que depois passaram a estar agrupados em classes de amplitude cinco.

2. A partir do diagrama de caule e folhas (questão 1) que representa a idade das mães dos alunos do 9.º ano, completa a tabela de frequências, considerando agora classes de amplitude 5.		
2.2. Indica a classe modal. Justifica a tua resposta.	Classes (idade)	Frequência absoluta fa
	Frequência relativa fr (%)	
	[25,30[1
	[30,35[0
	[35,40[8
	[40,45[5
	[45,50[5
	[50,55[2
	Total	21
		100%

Figura 14: Questão 2.2 da tarefa 4.

Os alunos completaram a tabela de frequências e com base nessa representação de dados identificaram a classe modal. Pelas resoluções apresentadas, revelaram ter compreendido o conceito de classe modal, bem como a forma de a representar. Durante a discussão em grande grupo, os alunos referiram que, nesta questão, a classe modal alterou-se pelo facto de se ter modificado a amplitude da classe.

Os exemplos seguintes ilustram as resoluções apresentadas pelos alunos. Realço as diferentes representações da mesma classe que os alunos apresentaram.

A aluna Carla identificou corretamente a classe modal, tendo utilizado os parêntesis retos para a representar.

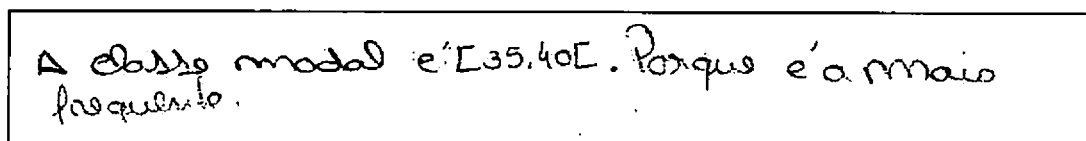
A rectangular box containing handwritten text in black ink. The text reads: "A classe modal é [35,40[. Porque é a mais frequente." The handwriting is cursive and somewhat informal.

Figura 15: Resolução da questão 2.2 da tarefa 4 pela aluna Carla.

O José também identificou corretamente a classe modal mas utilizou uma representação diferente, não recorrendo aos parêntesis retos.

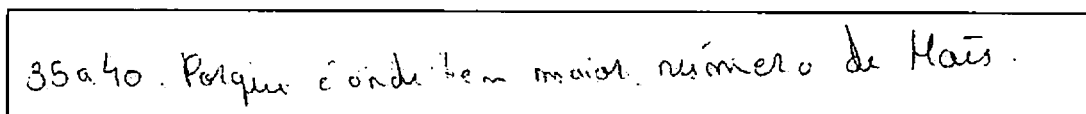
A rectangular box containing handwritten text in black ink. The text reads: "35 a 40. Porque é onde tem maior número de Haís." The handwriting is cursive and somewhat informal.

Figura 16: Resolução da questão 2.2 da tarefa 4 pelo aluno José.

A segunda parte da tarefa 6, realizada em casa, tinha como principal objetivo que os alunos constatassem que ao acrescentar dados a uma distribuição a moda pode alterar-se (Figura 17). Neste caso, a distribuição inicial tinha quinze dados à qual foram acrescentados seis, tendo ficado a nova distribuição com vinte e um dados.

1. Na análise que fizemos da pergunta do questionário: “**Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na internet sem fazer uma pausa?**”, relativamente à turma (7.º ano), não se consideraram as respostas de 6 alunos que responderam “ não se aplica”.

Se fizermos corresponder a esses alunos o valor de zero horas, obtemos uma tabela de frequências absolutas e relativas, como a seguinte:

Número de horas	Frequência absoluta f_a	Frequência relativa f_r	Frequência relativa f_r (em %)
0	6		28%
1	6		
2	4	0,19	
3	3		
4	1		5%
5	1		
Total	21	1	100%

1.3. Indica a moda do número de **horas** que os alunos ficam a **navegar na internet sem fazer uma pausa**. Justifica a tua resposta.

Figura 17: Questão 1.3 do T.P.C. da tarefa 6.

Os alunos ao resolverem a questão 1.3 verificaram que a moda alterou-se, pois na distribuição inicial o seu valor era uma hora e a nova distribuição passou a ser zero horas e uma hora, ou seja, a distribuição passou de unimodal a bimodal.

As alunas Adélia e Mara identificaram corretamente as modas da distribuição e justificaram a resposta recorrendo à definição (Figuras 18 e 19). Estas resoluções são exemplificativas das restantes apresentadas pelos alunos.

R: A moda é 0h e 1h, pois têm a frequência absoluta mais elevada. Podemos concluir que a moda é bimodal.

Figura 18: Resolução da questão 1.3 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Adélia.

A moda é de 0 horas ou 1 hora neste caso, é bimodal, pois é o que parece com mais frequência na tabela de dados

0h = 6	3h = 3
1h = 6	4h = 1
2h = 4	5h = 1

Figura 19: Resolução da questão 1.3. do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Mara.

4.3.3. Teste final

Na questão 1.4 do teste final (Figura 20) pretendia-se verificar se os alunos, com base na tabela de frequências, em que os dados estão agrupados em classes, conseguem indicar a classe modal e justificar a sua resposta.

1. A Maria plantou no jardim algumas plantas de espécies variadas. Ao fim de dois meses mediu o comprimento do caule de cada uma e registou os seus valores na tabela seguinte: 1.4. Indica a classe modal e justifica a tua resposta.	Comprimento do caule (cm)	N.º de plantas	Frequência relativa (%)
	[0, 8[10	
	[8, 16[5	
	[16, 24[30	
	[24, __[3	
	[__, 40[2	
	Total		

Figura 20: Questão 1.4 do teste final.

Analisando as respostas dos alunos, verifica-se que 83% dos alunos identificou corretamente a classe modal e desses, 11% não justificou a resposta (Tabela 2). É de realçar que a maioria dos alunos alcançou os objetivos propostos para esta alínea.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente.	13	72%
Indicou incorretamente a classe modal mas justificou a resposta.	2	11%
Respondeu incorretamente.	3	17%

Tabela 2: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.4 do teste final.

O aluno Dinis respondeu corretamente à questão, uma vez que identificou a classe modal e justificou a sua resposta atendendo ao contexto em questão.

É o [16, 24[porque é que tem o maior número de Plantas. Tem 30 Plantas.
--

Figura 21: Resolução da questão 1.4 do teste final pelo aluno Dinis.

A aluna Amélia não identificou corretamente a classe modal, no entanto, justificou a sua resposta atendendo à definição de classe modal. Este desajuste pode ter resultado de uma falta de atenção.

R: A classe modal é a classe $[0, 8[$, porque é a classe que tem mais frequência.

Figura 22: Resolução da questão 1.4 do teste final pela aluna Amélia.

A aluna Sara revela não ter compreendido a questão pois não indicou uma classe modal.

É bimodal porque tem 2 modas.

Figura 23: Resolução da questão 1.4 do teste final pela aluna Sara.

Na questão 5 do teste final, os dados estão organizados numa tabela de frequências absolutas e os alunos teriam que interpretar a informação da tabela, indicar a moda dos ordenados mensais e justificar a resposta.

5. Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:

Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28

5.1. Indica a moda dos ordenados mensais e explica o seu significado.

Figura 24: Questão 5.1 do teste final.

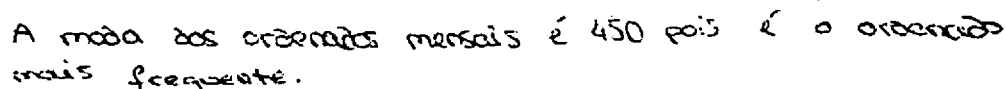
Analisando as respostas, verifiquei que todos os alunos identificaram a moda e apenas dois não explicaram o seu significado no contexto apresentado (Tabela 3).

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente.	16	89%
Indicou a moda mas não explicou o significado.	2	11%

Tabela 3: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.1. do teste final.

A maioria dos alunos respondeu corretamente, tendo apresentado uma explicação válida para o significado de moda atendendo ao contexto, tal como ilustro com o exemplo seguinte (Figura 25).

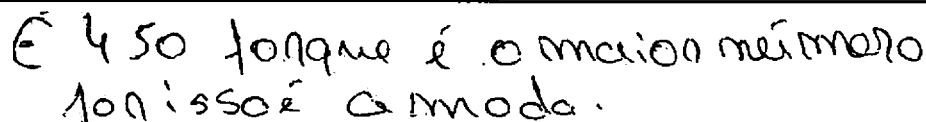
A aluna Érica identificou corretamente o valor da moda e justificou a resposta com base na definição.



A moda dos ordenados mensais é 450 pois é o ordenado mais frequente.

Figura 25: Resolução da questão 5.1 do teste final pela aluna Érica.

O aluno Dinis indicou o valor da moda mas não conseguiu explicar o seu significado no contexto apresentado.



É 450 porque é o maior número
e não isso é a moda.

Figura 26: Resolução da questão 5.1 do teste final pelo aluno Dinis.

4.3.4. SÍNTESE

Os alunos revelaram ter presente o conceito de moda abordado nos ciclos anteriores, uma vez que o aplicaram corretamente em várias questões e conseguiram explicar o seu significado, atendendo ao contexto considerado. Partindo da resolução de tarefas, os alunos lembraram que a moda pode ser identificada para dados qualitativos e quantitativos, e que quando se altera qualquer dado da distribuição, o valor da moda pode alterar-se. Recordaram, ainda, que a moda pode não existir, ou existindo pode não ser única, mas que assume sempre valores da distribuição.

Os alunos evidenciaram ter compreendido o conceito de classe modal e as suas diferentes representações ao responderem corretamente às questões colocadas nas tarefas e no teste final. A partir do histograma e da tabela de frequências, conseguiram identificar a classe modal, justificar a resposta e explicar o significado tendo em conta o contexto. Também identificaram a moda a partir de diferentes representações, nomeadamente, diagrama de caule e folhas, gráfico de barras e tabelas de frequências. Além disso, mostraram ter compreendido como se determina a amplitude de uma classe e que,

fazendo variar essa amplitude, o aspeto do histograma que representa a distribuição altera-se e classe modal também.

4.4. Média

O conceito de média é introduzido no segundo ciclo do ensino básico devendo os alunos compreender e determinar a média de um conjunto de dados, e indicar a adequação da sua utilização num dado contexto (ME, 2007). No terceiro ciclo é reforçada a compreensão da noção de média, tendo os alunos que saber determiná-la e interpretar o seu significado em situações concretas. Além disso, é alargado o repertório das medidas estatísticas devendo os alunos ser capazes de comparar distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões (ME, 2007).

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de onze questões integradas em tarefas, sendo que as três últimas fazem parte do teste final. Cinco questões (três delas de tarefas distintas e duas de trabalho de casa) prendem-se com a noção de média designadamente com o procedimento para determinar o seu valor e a explicação do seu significado no contexto em questão, a partir dos dados organizados em tabelas de frequências. Além disso, em algumas dessas questões, que estavam relacionadas com outras, foi alterada a distribuição inicial com a integração de novos dados, para permitir concluir acerca da possível alteração da média, na nova distribuição. Nas três últimas questões da tarefa cinco, os alunos compararam o valor da média em diferentes grupos e explicaram as conclusões que tiraram. As duas primeiras questões do teste final permitem averiguar se os alunos compreenderam o procedimento a utilizar para calcular a média, a partir dos dados organizados em tabelas de frequências e num gráfico de barras, e o seu significado no contexto. A última questão permite averiguar se os alunos compreenderam a possível alteração da média com a substituição de alguns valores da distribuição inicial. Finalmente, será apresentada uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como, as dificuldades evidenciadas na resolução das diferentes questões.

4.4.1. Tarefa 3 – Vamos recordar...

O principal objetivo da tarefa 3 é relembrar os conceitos e procedimentos estatísticos relacionados com a organização, representação e análise de dados,

apreendidos nos ciclos anteriores. A primeira situação em que os alunos são solicitados a calcular o valor da média e a explicar o seu significado, tendo em conta o contexto, surge na primeira parte da tarefa, na questão 6.1, em que os dados estão organizados numa tabela de frequências (Figura 27).

<p>6. Com base na tabela que construístes na questão 2:</p> <p>6.1. Calcula a média de horas que os alunos do 9.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.</p>			
Número de horas	Frequência absoluta f_a	Frequência relativa f_r	Frequência relativa f_r (em %)
1	5	$\frac{5}{22} \approx 0,227$	23%
2	6	$\frac{6}{22} \approx 0,273$	27%
3	6	$\frac{6}{22} \approx 0,273$	27%
4	1	$\frac{1}{22} \approx 0,045$	5%
5	1	$\frac{1}{22} \approx 0,045$	5%
6	0	$\frac{0}{22} \approx 0$	0%
7	0	$\frac{0}{22} \approx 0$	0%
8	3	$\frac{3}{22} \approx 0,136$	13%
Total	22	1	100%

Figura 27: Questão 6.1 da tarefa 3.

Os alunos resolveram esta tarefa em grupo, sendo cada um constituído por três elementos. Durante a sua realização, circulei pelos grupos e à medida que iam surgindo dificuldades na resolução das questões, interrogava os alunos e dava-lhes pistas, de modo a que eles as conseguissem ultrapassar.

Com a resolução da questão 6.1, pretendia-se que os alunos relembrassem o conceito de média de um conjunto de dados, relativos a uma variável estatística quantitativa discreta, bem como o procedimento a efetuar para determinar o seu valor. Para tal, deveriam utilizar os dados organizados numa tabela de frequências absolutas e relativas, que construíram numa das questões anteriores. Além disso, após encontrarem o valor da média, teriam que interpretar o seu significado no contexto do problema.

Nesta questão, pretendia-se levar os alunos a lembrar que para o cálculo da média é necessário ter em conta todos os valores dos dados, incluindo os que têm frequência absoluta igual a zero, e que o seu valor poderá não coincidir com nenhum dos dados.

Ao analisar o trabalho dos alunos, constatei que alguns evidenciaram não ter presente o conceito de média nem o procedimento a utilizar para cálculo do seu valor. Por outro lado, a maioria dos alunos associou a média ao cálculo do seu valor, ou seja “somar tudo e dividir pelo total de dados”, mas ninguém conseguiu explicar o significado do seu valor no contexto em questão, tal como se pode observar nos exemplos seguintes.

O grupo III (Amélia, Belmiro e Vasco) aplicou o procedimento para calcular o valor da média recorrendo à informação da tabela de frequências mas, não considerou os dados com frequência nula e não explicou o significado do valor encontrado no contexto do problema (Figura 28).

$$\frac{8 \times 3 + 5 \times 1 + 4 \times 1 + 3 \times 6 + 2 \times 6 + 1 \times 5}{22} = \frac{69}{22} = 3,1 = 3 \text{ horas}$$

R: As horas que o aluno que trabalha no internet sem fazer uma tarefa é de 3 horas

Figura 28: Resolução da questão 6.1 da tarefa 3 pelo grupo III.

O grupo I (Dora, Érica e José) calculou incorretamente o valor da média pois e apesar de ter determinado corretamente a soma não a dividiu pelo total de dados mas sim por seis que corresponde ao total dos diferentes valores que a variável assume. Não revelou sentido crítico face ao valor que encontrou para a média. Refira-se ainda que não incluiu os dados de frequência nula e não explicou o significado do valor encontrado, no contexto do problema (Figura 29).

$$\begin{array}{l} 1 \times 5 = 5 \\ 2 \times 6 = 12 \\ 3 \times 6 = 18 \\ 4 \times 1 = 4 \\ 5 \times 1 = 5 \\ 8 \times 3 = 24 \\ \hline 68 \end{array} \quad 68 : 6 = 11,3$$

Figura 29: Resolução da questão 6.1 da tarefa 3 pelo grupo I.

O grupo V (Anabela, Luísa e Paulo) não utilizou a tabela de frequências (absolutas) e, talvez por distração, apresentou um valor errado para a soma, ainda assim, é perceptível que compreendeu o procedimento a utilizar para o cálculo da média. Acrescente-se ainda que não explicou o significado do valor encontrado para a média, no contexto do problema.

$$\frac{3+3+2+2+1+2+3+8+2+3+1+3+2+2+1+8+2+8+1+3+1+5}{22} = 66:22 = 3$$

R. Em média os alunos do 9.º ano ficam na internet 3 horas sem fazer pausas.

Figura 30: Resolução da questão 6.1. da tarefa 3 pelo grupo V.

Na segunda parte da tarefa, trabalho realizado em casa, a questão 1.1 tinha por objetivo permitir que os alunos consolidassem o procedimento para o cálculo do valor da média, bem como, a explicação do seu significado no contexto do problema. No entanto, aquando da realização deste trabalho, ainda não tinha sido feita a sistematização de ideias, em grande grupo, relativas ao referido conceito e à interpretação do seu significado. Além do supracitado, pretendia-se que os alunos percebessem que, apesar de a turma ser constituída por vinte e um alunos, apenas quinze deram uma resposta quantificável, uma vez que seis responderam “ não se aplica”, o que deveriam ter em conta no cálculo da média.

<p>1. Com base nos dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 7.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa foi elaborada a seguinte tabela de frequências absolutas e relativas.</p> <p><i>Observação:</i> 6 alunos responderam – “ não se aplica”</p> <p>1.1. Calcula a média de horas que os alunos do 7.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.</p>			
Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
1	6	0,4	40%
2	4	0,26	26%
3	3	0,2	20%
4	1	0,07	7%
5	1	0,07	7%
Total	15	1	100%

Figura 31: Questão 1.1 do T.P.C da tarefa 3.

Analisando as resoluções apresentadas, verifiquei que alguns dos erros cometidos na questão anterior persistem e que os alunos ainda não conseguem explicar o significado de média no contexto do problema. Constatei ainda que, grande parte dos alunos considerou o total de dados como sendo o total de alunos da turma, e não o total de alunos da turma que deram uma resposta quantitativa, tal como ilustro de seguida.

A aluna Vera (grupo III) determinou corretamente o valor da média, utilizando a informação da tabela de frequências absolutas mas não explicou o seu significado no contexto do problema.

$$\begin{array}{r} 6 + 8 + 9 + 4 + 5 = 32 \\ 1 \times 6 + 2 \times 4 + 3 \times 3 + 4 \times 1 + 5 \times 1 = 32 \\ \hline 15 \end{array}$$

$32 \div 15 = 2,13 \rightarrow$ é a média das horas

A média de horas que os alunos passam na net é 2,13.

Figura 32: Resolução da questão 1.1 do T.P.C da tarefa 3 pela aluna Vera.

A aluna Érica (grupo I) não calculou o valor da média seguindo o enunciado, ou seja, não utilizou os dados da tabela de frequências, mas recorreu à tabela de dados e fez corresponder às respostas “não se aplica” o valor zero. Também não explicou o significado do valor encontrado no contexto do problema.

$$\frac{5+2+1+0+3+2+4+0+0+2+1+3+0+1+1+1+1+3+0+2+0}{21} = 32 : 21 = 1,52$$

Em média os alunos do 4º.C navegam 1h,52 na net sem fazer pausa.

Figura 33: Resolução da questão 1.1 do T.P.C da tarefa 3 pela aluna Érica.

A aluna Inês (grupo IV) utilizou a informação da tabela de frequências mas dividiu a soma pelo total de alunos da turma e não pelo total de alunos que deram uma resposta quantitativa, além disso, não explicou o significado do valor encontrado.

$$\begin{array}{l} 6 \times 1 = 6 \\ 4 \times 2 = 8 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 1 = 4 \\ 5 \times 1 = 5 \end{array} \quad 2+8+6+5+4 : 21 = 15$$

Figura 34: Resolução da questão 1.1 do T.P.C da tarefa 3 pela aluna Inês.

Nas resoluções apresentadas, os alunos evidenciaram saber que para determinar o valor da média têm que dividir a soma obtida pelo total de dados. Neste caso, consideraram o total de dados igual ao número de alunos que constituem a turma do 7.º ano, ou seja 21, não tendo em conta o enunciado da questão.

Nesta fase, os alunos ainda não conseguem explicar o significado do valor encontrado para a média, no contexto de cada problema, o que poderá estar relacionado com o facto de esta questão ainda não ter sido discutida com todos os alunos.

4.4.2. Tarefa 5 – Mediana

Com a resolução da questão 2.1 (Figura 35) pretendia-se que, a partir de uma distribuição com vinte e dois dados e para a qual já tinha sido determinado o valor da média, os alunos calculassem o valor da média da nova distribuição que se obteve da anterior acrescentando um dado, aproveitando a soma já efetuada. Teriam também que explicar o significado do valor encontrado para a média, no contexto do problema.

2. Vamos imaginar que um novo aluno que integrou a turma, agora com 23 alunos, passa 3 horas a navegar na internet, sem fazer uma pausa.

2.1. Calcula a **média do número de horas** que este novo grupo de alunos fica a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Explica o seu significado.

Figura 35: Questão 2.1 da tarefa 5.

De acordo com as respostas apresentadas, pode-se inferir que os alunos, na sua maioria, utilizaram a soma efetuada para a distribuição inicial (com vinte e dois alunos) no cálculo da média e verificaram, tal como o pretendido, que neste caso o valor da média não se alterou pelo facto de se ter acrescentado um dado à distribuição, com um valor aproximado do da média. Pelo menos um grupo conseguiu, pela primeira vez, explicar o significado do valor da média no contexto do problema.

O par de alunas Amélia e Sara fez a resolução de acordo com os objetivos definidos (Figura 36), ou seja, adicionou à soma já efetuada o valor do novo dado e dividiu essa soma pelo total de dados acrescido de um, que corresponde ao dado acrescentado. Além disso, estas alunas explicaram corretamente o significado do valor encontrado para a média no contexto apresentado.

$$\bar{x} = \frac{\text{Antes}}{22} = \frac{68}{22} \approx 3,1 \quad \bar{x} = \frac{\text{Depois}}{23} = \frac{68+3}{23} = \frac{71}{23} \approx 3,1$$

R: Se todos os alunos ficassem as mesmas horas na internet a navegação sem fazer uma pausa seria aproximadamente 3 horas.

Figura 36: Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara.

Os alunos Anabela, Luísa e Paulo não explicaram o significado da média no contexto, mas determinaram o seu valor de acordo com o pretendido, ou seja, recorrendo à soma já efetuada anteriormente (Figura 37).

$$\bar{x} = \frac{71}{23} \approx 3,08 \approx 3,1 \quad \frac{68+3}{23} = \frac{71}{23}$$

q. A média do número de horas que este novo grupo de alunos fica a navegar na Internet é de 3.1h.

Figura 37: Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelos alunos Anabela, Luísa e Paulo.

Os alunos Carla e Vasco consultaram a tabela dos dados relativos aos alunos do 9.º ano para determinar a soma, não tendo portanto utilizado os dados agrupados na tabela de frequências. Desta forma, não recorreram à soma efetuada anteriormente e também não explicaram o significado do valor da média, no contexto apresentado. (Figura 38)

$$\frac{1h+1h+1h+1h+1h+2h+2h+2h+2h+2h+2h+3h+3h+3h+3h+3h+3h+3h+4h+5h+8h+8h+8h}{23} = \frac{71}{23} \approx 3,1$$

Figura 38: Resolução da questão 2.1 da tarefa 5 pelos alunos Carla e Vasco.

Com resolução da questão 2.3 (Figura 39) pretendia-se que os alunos calculassem o valor da média aproveitando a soma efetuada e concluíssem que, neste caso, com a

introdução de dois dados o seu valor altera-se pelo facto de esta medida ser sensível a valores muito grandes (ou muito pequenos).

2.3. Foram integrados mais dois alunos na turma, agora com 25 alunos, que passam 8 horas na internet, sem fazer uma pausa.

Determina o valor da **média** e da mediana do número de horas que este novo grupo de alunos fica a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Mostra como obtiveste a resposta.

Figura 39: Questão 2.3 da tarefa 5.

Pelas resoluções apresentadas nas questões 2.1. e 2.3. verifiquei que os alunos, de um modo geral, compreenderam que podiam calcular o valor da média de uma nova distribuição utilizando a soma já calculada para a distribuição inicial. A seguir apresento duas dessas resoluções relativas à questão 2.3.

Os alunos, Anabela, Luísa e Paulo adicionaram o valor dos dois novos dados à soma calculada anteriormente ($71+8+8$) e adicionaram dois ao total de dados ($23+2$). Depois fizeram o quociente das duas somas e obtiveram o valor da média para o novo grupo de acordo com o pretendido (Figura 40).

$$71+8+8 = 87$$
$$23+2 = 25$$

$$x = \frac{87}{25} = 3,48$$

Res. o numero de horas de este novo grupo de alunos fica a navegar na Internet e de 3,48h.

Figura 40: Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelos alunos Anabela, Luísa e Paulo.

O par de alunas Amélia e Sara adicionou corretamente o número dois ao total de dados, uma vez que dois alunos integraram a turma, mas também adicionou dois à soma dos valores já determinada anteriormente, o que está errado (Figura 41). Neste caso teria que ter adicionado dezasseis uma vez que esse é o número de horas que os dois novos alunos estão a navegar na internet sem fazer pausa. É de realçar que estas alunas converteram o valor da média, que estava em horas, em horas e minutos.

<u>Antes</u> $\bar{x} = \frac{71}{23} \approx 3,09$	<u>Depois</u> $\bar{y} = \frac{71+2+23}{25} \approx 3,5$
e: A média é de 3 horas e meia.	

Figura 41: Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara.

O objetivo da questão 2.4 (Figura 42) era que os alunos comparassem os valores da média encontrada para os três grupos e tirassem as suas conclusões. Assim, pretendia-se que concluíssem que no segundo grupo com a entrada de um valor próximo da média esta não se alterou e que no terceiro grupo, com a entrada de dois valores muita acima da média, esta alterou-se. Deveriam ainda inferir que, quando se acrescentam valores a uma distribuição, o valor da média pode alterar-se se o valor do dado acrescentado for muito maior/ menor que o valor da média. Caso o valor acrescentado seja próximo da média, esta não se altera.

2.4. Compara a **média** e a mediana do número de horas que os alunos dos três grupos passam na internet, sem fazer uma pausa. O que concluis? Justifica a tua resposta.

Figura 42: Questão 2.4 da tarefa 5.

Pelas resoluções apresentadas é perceptível que os alunos verificaram que o valor da média não se alterou com a entrada do valor três mas alterou-se com a entrada de dois valores iguais a oito. No entanto, os alunos não conseguiram justificar convenientemente a constatação que fizeram, como se pode observar nos exemplos seguintes.

O par de alunos, Érica e Leonardo, referiu que a entrada do valor oito altera a média, no entanto, não relaciona explicitamente esta alteração com o valor da média.

Nas conclusões que quero fazer um aluno muda a
média não muda mas quero saber que aluno mudou a
média então pois a dita é um número elevado

Figura 43: Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.

As alunas Amélia e Sara constataam as alterações que se verificam nos valores da média para os diferentes grupos, mas não as justificam (Figura 44).

Na média quero acrescentar mais 8
a média aumentou mas quero acrescentar
uma boa nota.

Figura 44: Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara.

O principal objetivo da questão 3 da tarefa 5 (Figura 45) era possibilitar a comparação de diferentes distribuições para as quais foi calculado o valor da média. Assim, com base nesse valor, pretendia-se que os alunos fossem capazes de identificar as semelhanças e as diferenças entre os diferentes conjuntos e de tirar as suas conclusões.

3. Com base nos dados da Tabela relativos ao número de pessoas a que os alunos estão conectados no Messenger, obtiveram-se os seguintes valores para a média:

Raparigas	Média
7.º ano	16
9.º ano	48

Rapazes	Média
7.º ano	24
9.º ano	23

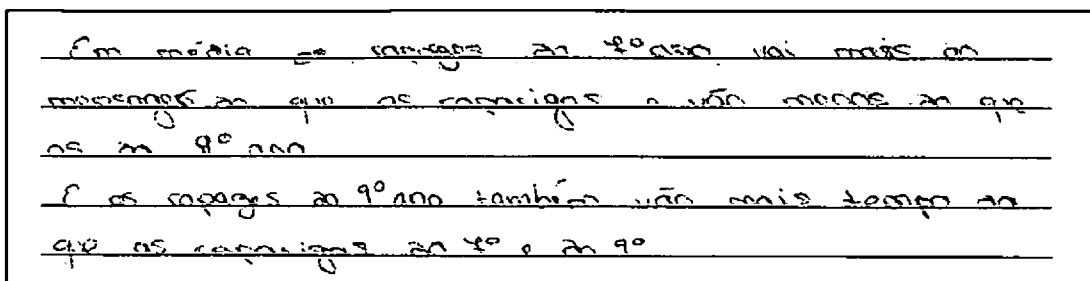
Compara o valor da média do número de pessoas a que os rapazes e as raparigas do 7.º e 9.º ano estão conectados no Messenger. Escreve as tuas conclusões.

Figura 45: Questão 3 da tarefa 5.

De um modo geral, os alunos compreenderam que estavam a comparar quatro grupos, sendo dois relativos ao género e os outros dois relativos ao ano de escolaridade,

no entanto, nem todos perceberam corretamente a variável em estudo. Assim, sabendo a média do número de pessoas a que cada um dos grupos de alunos estava conectado no Messenger, teriam que escrever as conclusões relacionadas com esse enunciado.

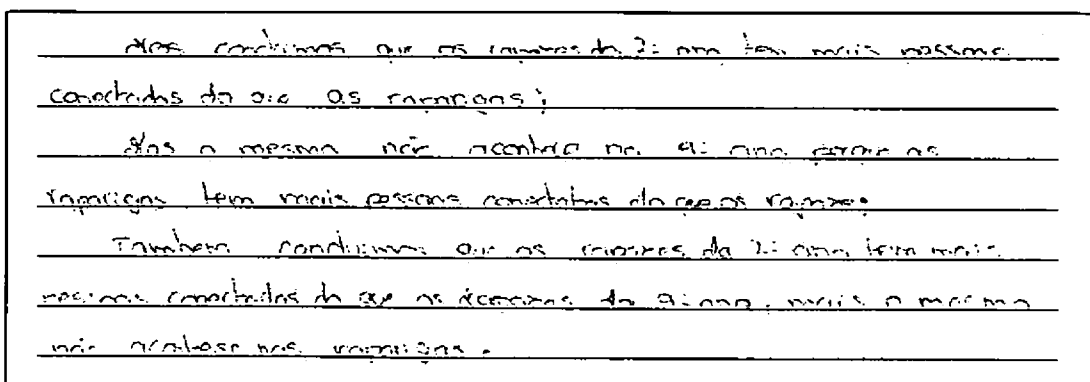
Este par de alunos Érica e Leonardo não identificou corretamente a variável em estudo, referindo-se ao número de vezes e ao tempo que cada grupo vai ao Messenger em vez do número de pessoas a que estão conectados. Além disso, quando compara o grupo das raparigas com o dos rapazes, ambos do 9.º ano, relaciona-os erradamente (Figura 46).



Em média as raparigas do 9º ano vai mais ao messenger do que as raparigas o vão mais do que os do 9º ano
E os rapazes do 9º ano também vão mais tempo do que as raparigas do 9º e do 9º

Figura 46: Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.

Os alunos Luísa, Lara e Paulo compararam os quatro grupos, estabelecendo relações entre os rapazes e as raparigas do mesmo ano de escolaridade e, entre os rapazes e as raparigas de cada ano de escolaridade, referentes ao número de pessoas a que os alunos estão conectados no Messenger (Figura 47). No entanto, não concluíram que o grupo das raparigas do 9.º ano é o que está conectado a um maior número de pessoas no Messenger.



Das conclusões que os rapazes do 2º ano tem mais pessoas conectadas do que as raparigas;
Das a mesma não acontece no 9º ano porque as raparigas tem mais pessoas conectadas do que os rapazes.
Também concluímos que os rapazes do 2º ano tem mais pessoas conectadas do que os rapazes do 9º ano, mas a mesma não acontece nas raparigas.

Figura 47: Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelos alunos Luísa, Lara e Paulo.

O par de alunas Amélia e Sara não identificou corretamente a variável em estudo, referindo-se ao tempo que cada grupo vai ao Messenger em vez do número de pessoas a que estão conectados (Figura 48). Acrescente-se ainda que, relacionaram o grupo das raparigas do 7.º com as do 9.º ano, os rapazes dos dois anos de escolaridade, depois fixaram o ano de escolaridade e compararam o género, ou seja, no caso do 7.º ano compararam o grupo das raparigas com o dos rapazes, e fizeram o mesmo para o 9.º ano. Neste caso, as conclusões relativas ao grupo das raparigas e dos rapazes, ambos do 9.º ano, estão erradas.

No 7º ano das raparigas existem menos tempo
no messenger que o 9º ano e onde
das raparigas. No 9º ano da parte dos rapazes
tem mais a hora que os rapazes no 7º ano.
Entre os rapazes e as raparigas no 9º ano as
raparigas ficam mais tempo no messenger
do que os rapazes no 9º ano porque a maioria coisa.

Figura 48: Resolução da questão 3 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara.

Na questão 4 (Figura 49) consideram-se apenas dois grupos, o dos rapazes e o das raparigas, para os quais foi indicada a média do número de pessoas a que cada um desses grupos está conectado no Messenger. Com base nessa informação, os alunos teriam que comparar esses valores com os apresentados na questão 3, onde os referidos grupos estavam subdivididos por anos de escolaridade (7.º e 9.º ano) e para cada um dos quais foi apresentado um valor para a média relativa à mesma variável. Ao fazerem essa comparação, os alunos deveriam indicar as diferenças encontradas e apresentar uma justificação válida para tal facto.

4. Juntámos os dados das duas turmas e obtivemos as seguintes médias e medianas relativa ao número de pessoas a que os rapazes e as raparigas estão conectados no Messenger.

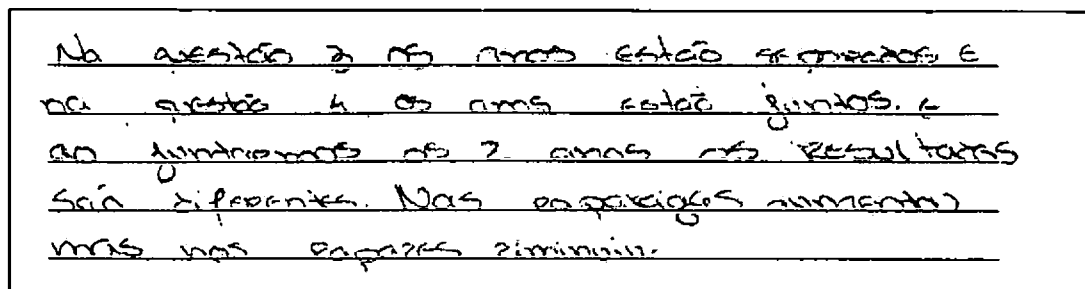
Total	Média	Mediana
Raparigas	32	12
Rapazes	23	1

4.2. Compara os valores da **média** desta tabela com os da tabela da questão 3. Que diferenças encontras? Como podes explicá-las?

Figura 49: Questão 4.2 da tarefa 5.

De um modo geral, os alunos evidenciaram muitas dificuldades em responder a esta questão pois, não indicaram as diferenças encontradas e quando o fizeram não as conseguiram explicar, tal como se pode observar nos exemplos seguintes.

O par de alunas Amélia e Sara apenas referiu as diferenças em termos da informação do enunciado, mas tirou conclusões erradas e não as explicou.



Na questão 3 os anos estão separados e
na questão 4 os anos estão juntos. e
ao juntarmos os 2 anos os resultados
são diferentes. Nas despesas aumentam
mas nas despesas diminuem.

Figura 50: Resolução da questão 4.2 da tarefa 5 pelas alunas Amélia e Sara.

4.4.3. Tarefa 6 – Quartis e Diagrama e extremos e quartis

A segunda parte da tarefa 6, trabalho de casa, tinha como objetivo principal levar os alunos a identificar as semelhanças e as diferenças entre duas distribuições atendendo às medidas estatísticas, incluindo a média.

Para a variável em estudo, os alunos já tinham calculado o valor da média mas considerando apenas quinze valores em vez de vinte e um, uma vez que seis alunos da turma tinham respondido “não se aplica”.

Nesta questão (Figura 51) fez-se corresponder a essas respostas o valor zero, pretendendo-se que os alunos calculassem a média tendo em conta todos os valores, incluindo o zero. Assim, pretendia-se que relembrassem o procedimento a utilizar para determinar a média e explicassem o significado do valor encontrado, no contexto do problema

1. Na análise que fizemos da pergunta do questionário: “**Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na internet sem fazer uma pausa?**”, relativamente à turma (7.º ano), não se consideraram as respostas de 6 alunos que responderam “ não se aplica”.

Se fizermos corresponder a esses alunos o valor de zero horas, obtemos uma tabela de frequências absolutas e relativas, como a seguinte:

Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
0	6		28%
1	6		
2	4	0,19	
3	3		
4	1		5%
5	1		
Total	21	1	100%

1.2. Calcula a média de horas que os alunos do 7.º C ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.

Figura 51: Questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6.

Atendendo às resoluções apresentadas, pode inferir que de um modo geral os alunos perceberam o enunciado e conseguiram responder com sucesso, tendo calculado de uma forma correta o valor da média, com base na informação da tabela, e explicado o seu significado no contexto apresentado, tal como ilustro no exemplo seguinte.

A aluna Amélia utilizou os dados agrupados na tabela de frequências e determinou corretamente o valor da média, tendo-o convertido em horas e minutos. Explicou ainda o significado do valor encontrado no contexto do problema (Figura 52).

$$\frac{6 \times 0 + 6 \times 1 + 4 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 5}{21} = \frac{32}{21} \approx 1,5$$

R: Isto quer dizer que se todos os alunos ficassem as mesmas horas sem fazer uma pausa seria 1 hora e meia.

Figura 52: Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Amélia.

No entanto, alguns alunos ainda não entenderam o significado do valor da média num determinado contexto e, além disso, continuam a revelar dificuldade em utilizar a informação da tabela de frequências, no seu cálculo.

A aluna Dora não incluiu o valor zero para determinar a soma, possivelmente por reconhecer que ele é o elemento neutro da adição, também não utilizou os dados agrupados na tabela de frequências do enunciado, e não explicou o significado do valor encontrado para a média (Figura 53).

$$\frac{4+4+4+4+4+2+2+2+2+3+3+3+4+5}{21} = \frac{32}{21} = 1,52$$

A média de horas é de 1,52.

Figura 53: Resolução da questão 1.2 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Dora.

4.4.4. Teste final

Através do teste final, pretendia averiguar se os alunos conseguem determinar a média a partir da informação facultada em gráficos e tabelas, e explicar o significado do valor encontrado no contexto da situação apresentada.

Na questão 4.2, os alunos teriam que calcular o valor da média a partir da informação apresentada no gráfico de barras, e explicar o significado do valor encontrado, no contexto da situação.

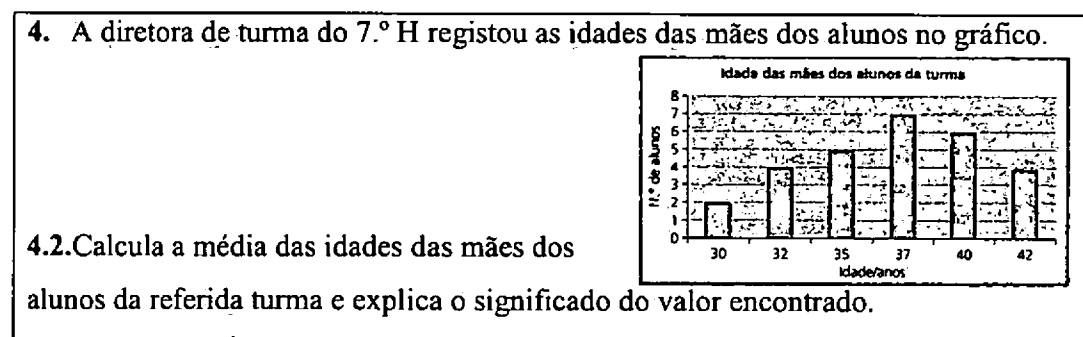


Figura 54: Questão 4.2 do teste final.

Feita a análise das respostas apresentadas (Tabela 4), conclui que 67% dos alunos evidenciou ter compreendido o procedimento para calcular a média, no entanto, 28% apresentou erros de cálculo. Verifica-se ainda que 39% dos alunos conseguiu explicar corretamente o significado do valor encontrado, no contexto da situação.

Resposta		N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Procedimento	Calcula corretamente o valor da média	7	39%
	Calcula a média com erro de cálculo	5	28%
	Calcula incorretamente o valor da média	4	22%
	Não calcula a média	2	11%
Significado	Atribui um significado correto	7	39%
	Não atribui significado correto	5	28%
	Não responde	6	33%

Tabela 4: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.2. do teste final.

A seguir apresento algumas resoluções que se enquadram nos descritores dos critérios de classificação da questão 4.2. A aluna Amélia interpretou corretamente o gráfico de barras e utilizou essa informação no procedimento do cálculo da média. Além disso, explicou o seu significado no contexto apresentado (Figura 55).

$$\bar{X} = \frac{2 \times 30 + 4 \times 32 + 5 \times 35 + 7 \times 37 + 6 \times 40 + 4 \times 42}{28} = \frac{1030}{28} \approx 36,8$$

$36,8 \approx 37$

R: se todas as mães tivessem a mesma idade seria 37 anos.

Figura 55: Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Amélia.

A aluna Érica calculou corretamente o valor da média e atribuiu um significado correto ao valor encontrado (Figura 56). No entanto, mediante o valor encontrado para a média e dado o contexto, fazia sentido aproximar o valor médio da idade para 37 anos.

$$\frac{30 \times 2 + 32 \times 4 + 35 \times 5 + 37 \times 7 + 40 \times 6 + 42 \times 4}{28} = 36,7$$

A média é 36,7 isso significa que se todas as mães tivessem a mesma idade elas teriam 36,7.

Figura 56: Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Érica.

Na resolução seguinte houve um erro no cálculo da soma das idades o que condicionou o valor da média (Figura 57). Esta aluna Luísa não revelou sentido crítico face ao valor obtido, talvez por não ter compreendido o significado de média uma vez que não lhe atribuiu qualquer significado no contexto em questão.

$$\frac{30 \times 2 + 32 \times 4 + 35 \times 5 + 37 \times 7 + 40 \times 6 + 42 \times 4}{28} = 345$$

$$345 : 28 = 12,32$$

A = A média das idades das mães é de 12,32

Figura 57: Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Luísa.

A aluna Inês interpretou corretamente o gráfico de barras e utilizou um raciocínio aditivo em vez de multiplicativo para calcular a soma das idades das mães dos alunos do 9.º ano, no entanto cometeu um erro de cálculo. Interpretou corretamente o significado do valor encontrado (Figura 58).

$$30 + 30 + 32 + 32 + 32 + 32 + 35 + 35 + 35 + 35 + 35 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 37 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 40 + 42 + 42 + 42 + 42 = 858$$

$$858 : 28 = 30,64$$

significa que se todas as mães tivessem a mesma idade iam ter 30,64 anos

Figura 58: Resolução da questão 4.2 do teste final pela aluna Inês.

O exemplo seguinte (Figura 59) evidencia que o aluno Vasco não interpretou corretamente o gráfico de barras pois, ao calcular o valor da média não atendeu à frequência absoluta de cada um dos dados, limitando-se a somar os valores das idades e a dividir essa soma pelo número de dados diferentes, ou seja, seis. Além disso, não explicou o significado do valor encontrado, no contexto do problema.

$$\frac{30 + 32 + 35 + 37 + 40 + 42}{6} = 216 : 6 = 36$$

significa que a média das idades das mães é de 36

Figura 59: Resolução da questão 4.2 do teste final pelo aluno Vasco.

Na questão 5.2 do teste final (Figura 60) os alunos teriam que calcular o valor da média a partir da informação apresentada na tabela e explicar o significado do valor encontrado, no contexto da situação.

5. Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:

Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28

5.2. Calcula a **média** dos ordenados mensais dos funcionários e explica o significado do valor encontrado.

Figura 60: Questão 5.2 do teste final.

Depois de analisar as respostas apresentadas (Tabela 5), conclui que 66% dos alunos evidenciou ter compreendido o procedimento para calcular a média, no entanto, apenas 44% dos alunos conseguiu explicar corretamente o significado do valor encontrado, no contexto da situação, tal como ilustro de seguida.

Resposta		N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Procedimento	Calcula corretamente o valor da média	8	44%
	Calcula a média com erro de cálculo	4	22%
	Calcula incorretamente o valor da média	5	28%
	Não calcula a média	1	6%
Significado	Atribui um significado correto	8	44%
	Não atribui significado correto	7	39%
	Não responde	3	17%

Tabela 5: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.2. do teste final.

A aluna Amélia utilizou os dados agrupados na tabela e determinou corretamente o valor da média, tendo-lhe atribuído um significado correto no contexto em questão.

$$\bar{x} = \frac{3 \times 2000 + 4 \times 600 + 7 \times 550 + 5 \times 700 + 9 \times 450}{28} = \frac{19400}{28} \approx 702,2$$

R: Se todos os ~~respos~~ ganhasse em o ~~mesmo~~ ~~diário~~ ~~seu~~ ~~392€~~ 702€

Figura 61: Resolução da questão 5.2 do teste final pela aluna Amélia.

Na resolução seguinte houve um erro de cálculo, possivelmente por uma desatenção, o que condicionou o valor encontrado para a média (Figura 62). Esta aluna não revelou qualquer sentido crítico em relação ao valor obtido, face aos dados do problema, apesar de lhe ter atribuído um significado de acordo com o contexto, o que poderá significar que memorizou o significado de média.

$$\frac{3 \times 2000 + 4 \times 600 + 5 \times 850 + 5 \times 700 + 9 \times 450}{28} = \frac{19800}{28} = 9900$$

R: se todos recebem o mesmo ordenado seria 9900

Figura 62: Resolução da questão 5.2 do teste final pela aluna Vera.

O exemplo seguinte é uma resolução em que o aluno Vasco evidencia falta de compreensão da informação da tabela de frequências ou do conceito de média (Figura 63). Considerou apenas os cinco ordenados diferentes e não atendeu ao número de funcionários que recebe o mesmo ordenado. Além disso, não explicou o significado do valor encontrado, no contexto do problema.

$$\frac{2000 + 600 + 550 + 700 + 450}{5} = 4300 \div 5 = 860 \text{ é a média dos ordenados}$$

Figura 63: Resolução da questão 5.2 do teste final pelo aluno Vasco.

A questão 5.5 tinha por objetivo permitir aos alunos averiguar a possível alteração do valor da média de uma distribuição quando se alteram valores (Figura 64). Neste caso, três ordenados de 2000 euros foram substituídos por três de 2500 tendo os alunos que verificar se essa alteração teve implicação no valor da média e justificar a resposta.

5.5. Vamos imaginar que os ordenados da gerência aumentaram de 2000 para 2500 euros e que os outros trabalhadores mantiveram o seu ordenado.
Que alterações se verificam no valor da **média** e da mediana dos ordenados? Justifica a tua resposta.

Figura 64: Questão 5.5 do teste final.

Depois de analisar as respostas dos alunos verifica-se que a maioria, 88%, compreendeu que o valor da média altera-se com a substituição de valores por outros maiores (Tabela 6). Apercebo-me também que os alunos compreenderam que a média determina-se tendo em conta todos os valores dos dados e portanto quando se modifica qualquer valor, o valor da média altera-se. Além disso, parecem compreender que é uma medida com pouca resistência, ou seja, muito sensível a valores muito grandes ou muito pequenos.

Resposta em relação à média	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente e justificou	9	50%
Respondeu corretamente mas não justificou	7	38%
Respondeu incorretamente	1	6%
Não respondeu	1	6%

Tabela 6: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.5 do teste final.

A aluna Érica mostra compreender que para calcular a média tem-se em conta todos os valores dos dados e consequentemente se há alteração dos mesmos, o valor da média também se altera (Figura 65).

A ~~média~~ média pois ela conta com todos
média

Figura 65: Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Érica.

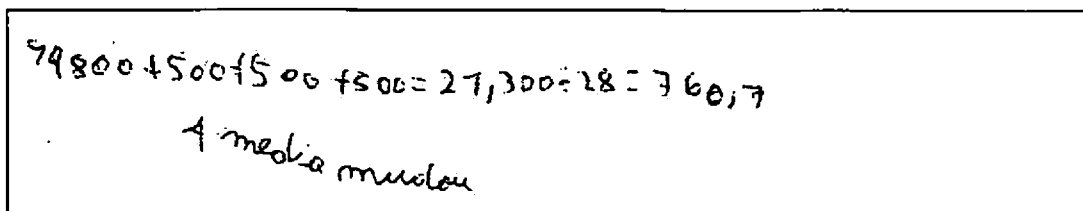
O aluno Leonardo justifica a alteração do valor da média atendendo ao facto de esta ser uma medida com pouca resistência, ou seja, ser muito sensível a valores muito grandes ou muito pequenos (Figura 66).

da média irá ~~se~~ aumentar pois acrescentamos ^{o valor} um valor mais elevado.

Figura 66: Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Leonardo.

O aluno Paulo para justificar que o valor da média altera-se com a substituição dos três valores, calculou o valor da média para a nova distribuição (Figura 67). Como numa

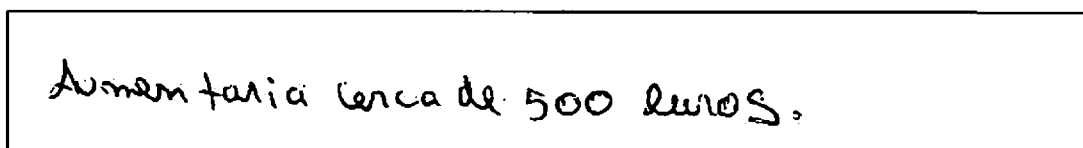
das questões anteriores determinou a soma dos ordenados para calcular o valor da média, utilizou essa soma, calculou o valor da média e concluiu que a mesma se alterou.



Handwritten calculation by Paulo: $99800 + 500 + 500 + 500 = 27,300 \div 28 = 760,7$. Below the calculation, it says "A media mudou" (The average changed).

Figura 67: Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Paulo.

O aluno Dinis evidencia não ter compreendido a definição de média pois, ele considera que os 500 euros a mais em cada um dos três ordenados, ou seja, os 1500 euros que passarão a fazer parte da distribuição em substituição de três valores, não serão divididos pelo total de funcionários, ou seja 28, mas apenas pelos três (Figura 68).



Handwritten answer by Dinis: "Aumentaria cerca de 500 euros."

Figura 68: Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Dinis.

4.4.5. SÍNTESE

Os alunos tiveram que relembrar o procedimento a utilizar para determinar o valor da média, recordando que para tal têm que utilizar todos os dados e que o seu valor pode não coincidir com nenhum deles. Aquando da resolução das tarefas iniciais associaram a média ao procedimento sem atender ao que significa no contexto em questão, no entanto, foi notório a evolução das aprendizagens no que concerne ao entendimento do seu significado.

Os alunos foram confrontados com dados estatísticos organizados em tabelas de frequências e em gráficos de barras, a partir dos quais tiveram que determinar o valor da média. Nestes casos, mostraram ter entendido a informação constante nas diferentes representações e determinaram corretamente o valor da média.

Nas resoluções apresentadas foi evidente que os alunos compreenderam que quando se acrescentam dados a uma distribuição torna-se vantajoso utilizar a soma dos dados da distribuição inicial para determinar o valor da média da nova distribuição.

Além disso, revelaram ainda ter percebido que quando se altera a distribuição inicial, com a substituição ou integração de dados, o valor da média pode sofrer alteração, tendo os alunos dado evidências de terem entendido que a média é uma medida com pouca resistência.

Nas tarefas em que tiveram de comparar o valor da média de diferentes distribuições e registar essas conclusões, os alunos manifestaram dificuldades em explicar por escrito as conclusões que averiguaram, tendo-se verificado que os alunos têm mais facilidade em verbaliza-las.

Pelo trabalho desenvolvido considero que a maioria dos alunos realizou as aprendizagens pretendidas relativas à média, embora tenham ficado um pouco aquém do que esperava relativamente ao significado que atribuem a esta medida no contexto das situações em estudo.

4.5. Mediana

O conceito de mediana é introduzido pela primeira vez no 7.º ano de escolaridade, devendo os alunos ser capazes de compreender e determinar a mediana de um conjunto de dados, e interpretar o seu significado no contexto apresentado (ME, 2007). Além disso, devem ainda comparar as distribuições de vários conjuntos de dados e tirar conclusões (ME, 2007).

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de sete questões integradas em duas tarefas e cinco questões no teste final. Cinco questões fazem parte da tarefa 5, duas da tarefa 6, tendo uma delas sido resolvida em casa. As questões da tarefa 5 prendem-se com a introdução e compreensão do conceito de mediana, o procedimento para determinar o seu valor e a explicação do seu significado no contexto em questão, para distribuições com um número par ou ímpar de dados. Em algumas dessas questões, que estavam relacionadas com outras, foi alterada a distribuição inicial com a integração de novos dados, para estabelecer a comparação entre uma distribuição par e ímpar e para permitir concluir acerca da possível alteração da mediana, na nova distribuição. Numa questão os alunos compararam o valor da mediana em diferentes grupos e explicaram as conclusões que tiraram. Com as questões da tarefa 6 pretendia-se que calculassem a mediana a partir de um diagrama de caule e folhas e em casa voltassem a calcular o valor

da mediana mas para dados organizados numa tabela de frequências e explicassem o seu significado.

No teste final surgiram três questões que permitem averiguar se os alunos compreenderam o procedimento a utilizar para calcular a mediana, a partir dos dados não organizados e organizados em gráficos e tabelas, e o seu significado no contexto. A terceira questão prende-se com a possível alteração da mediana quando ocorre substituição de valores na distribuição inicial. A última questão permite verificar se os alunos conseguem fazer o raciocínio inverso, ou seja, acrescentar ou retirar dados da distribuição de forma que o valor da mediana seja o definido no enunciado da questão.

Finalmente, apresento uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como as dificuldades evidenciadas na resolução das diferentes questões.

4.5.1. Tarefa 5 – Mediana

O conceito de mediana foi introduzido, pela primeira vez, com a resolução orientada em grande grupo da tarefa 5. Através dessa tarefa pretendia-se que os alunos compreendessem que a mediana de uma distribuição ordenada, por ordem crescente ou decrescente, é o valor que ocupa a posição central e que explicassem o seu significado no contexto considerado. Logo na primeira questão e partindo do valor encontrado, procurei que compreendessem também que a mediana poderá coincidir ou não, com um dos dados.

A questão 1.1 desta tarefa (Figura 69) foi sendo resolvida no quadro a par da explicação dada por mim e com a colaboração dos alunos. Estes registaram a resolução da mesma, no enunciado da tarefa.

1. Consulta os dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 9.º ano ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa.
- 1.1. Escreve esses dados por ordem crescente ou decrescente e indica o valor que ocupa a posição central. Esse valor designa-se por **mediana**.

Figura 69: Questão 1.1 da tarefa 5.

Os alunos começaram por consultar, na Tabela de dados, a coluna relativa ao número de horas que os alunos do nono ano ficam a navegar na Internet e escreveram as vinte e duas respostas por ordem crescente (Figura70). Realcei que esta ordenação também poderia ter sido feita por ordem decrescente. Posteriormente, os alunos

identificaram o centro da distribuição, tendo referido que ficavam onze dados para cada lado. Ao questioná-los sobre que valor corresponderia ao centro desta distribuição, os alunos rapidamente sugeriram o valor 2,5. A partir da resposta dada pelos alunos, formalizei a determinação do valor da mediana indicando-a como sendo a média aritmética dos dois valores centrais (Figura 70). Salientei que, neste exemplo, o valor da mediana não coincide com nenhum dos dados e solicitei aos alunos uma justificação para este facto, ao que responderam que era por causa dos valores centrais serem diferentes entre si. Quando lhes perguntei em que caso a mediana coincide com um dos dados, responderam que será quando os dois valores centrais forem iguais. Realcei que esta situação é para distribuições com um número par de dados.

A seguir apresento a referida resolução que foi sendo registada no quadro a par da explicação dada em grande grupo.

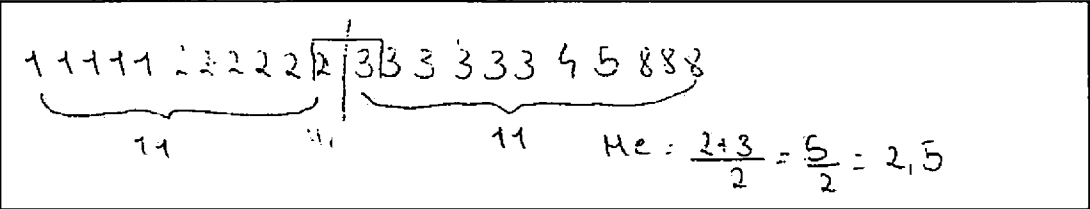


Figura 70: Resolução da questão 1.1 da tarefa 5.

A questão 1.2 (Figura 71) tinha por objetivo introduzir o significado do valor da mediana, no contexto em questão, levando os alunos a compreender que a mediana é o valor que divide a distribuição ao meio, ou seja, que metade dos dados (50%) são inferiores ou iguais à mediana e os restantes (50%) são maiores ou iguais à mediana.

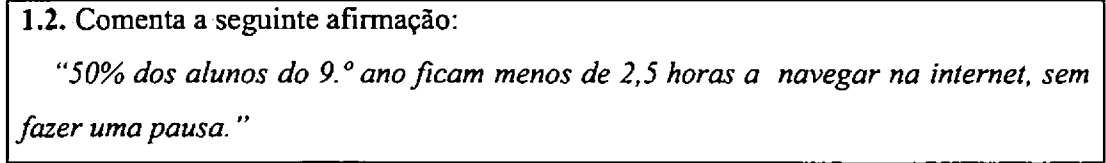


Figura 71: Questão 1.2 da tarefa 5.

Partindo da definição de mediana introduzida na questão 1.1 (Figura 69) coloquei questões de forma que os alunos interpretassem a afirmação e concluíssem que é verdadeira. Pretendia, deste modo, que compreendessem o significado desta medida no contexto. A resposta escrita do aluno José (Figura 72) mostra que compreendeu o

significado da medida estatística tendo referido inclusive que onze alunos correspondem exatamente a metade da turma, ou seja, aos 50%.

5. Verdadeiro pois a mediana divide os dados ao meio. Onze alunos que é a metade ficaram com 2,5h

Figura 72: Resolução da questão 1.2 da tarefa 5 pelo aluno José.

A questão 2.2 (Figura 73) tinha por objetivo introduzir o cálculo da mediana para uma distribuição com um número ímpar de dados e explicar o significado do seu valor no contexto. Assim, partindo da distribuição da questão anterior, constituída por um número par de dados, para a qual os alunos calcularam o valor da mediana e interpretaram o seu significado, acrescentou-se um valor, de forma que explorassem uma situação em que o valor da mediana coincide com um dos dados da distribuição.

2. Vamos imaginar que um novo aluno que integrou a turma, agora com 23 alunos, passa 3 horas a navegar na internet, sem fazer uma pausa.
2.2. Determina a mediana e explica o significado do valor encontrado.

Figura 73: Questão 2.2 da tarefa 5.

De seguida apresento resoluções que ilustram o entendimento que os alunos têm do procedimento para calcular o valor da mediana e do seu significado no contexto.

O aluno Leonardo começou por ordenar os dados por ordem crescente e assinalou a mediana como sendo o valor central tendo associado corretamente a posição da mediana ao centro da distribuição (Figura 74). Ao explicar o significado do valor encontrado, referiu que este divide a distribuição ao meio (50% para cada lado), sendo que menos de 50% fica uma ou duas horas e mais de 50% fica três, quatro ou cinco horas. Desta forma, é perceptível que o aluno compreendeu o conceito e o significado de mediana no contexto apresentado.

11111 22222 33333 45888
↓
A mediana está no centro dos números. Significa que a mediana divide os números ao meio para cada lado, com menos de 50% dos valores 1, 2 e mais de 50% dos valores 3, 4, 5 e 8.

Figura 74: Resolução da questão 2.2 da tarefa 5 pelo aluno Leonardo.

A aluna Érica começou por escrever os dados por ordem crescente e assinalou a mediana como sendo o valor central (Figura 75), de onde se depreende que associa de forma correta a posição da mediana ao centro da distribuição. Para explicar o seu significado no contexto, utilizou a expressão “mais ou menos” o que revela ter a noção de que, neste caso, o número de dados de cada uma das metades não corresponde exatamente a 50% do total de dados da distribuição. No entanto, ao referir que mais ou menos 50% da turma fica mais de 3h na Internet, não tendo incluindo o valor da mediana nessa metade da distribuição, poderá significar que memorizou a resolução do exemplo anterior e aplicou-a de forma acrítica ou então usou a desigualdade em sentido lato.

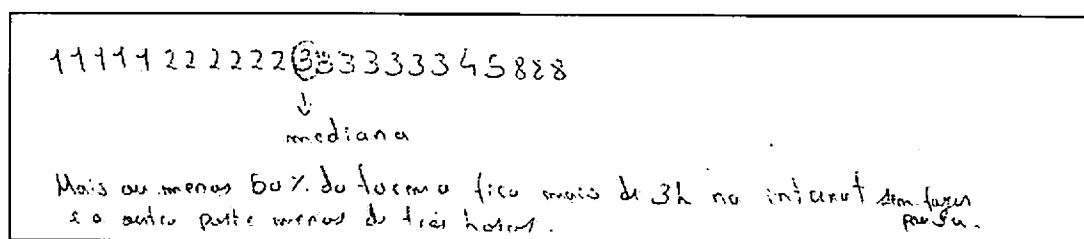


Figura 75: Resolução da questão 2.2 da tarefa 5 pela aluna Érica.

Na questão 2.3 (Figura 76) pretendia-se que os alunos voltassem a calcular o valor da mediana para uma distribuição com um número ímpar de dados, que se obteve acrescentando dois valores à anterior. Além disso, a inclusão de valores na distribuição inicial tinha por objetivo levar os alunos a compreender que o valor da mediana pode não se modificar quando se alteram dados.

2.3. Foram integrados mais dois alunos na turma, agora com 25 alunos, que passam 8 horas na internet, sem fazer uma pausa.
Determina o valor da média e da **mediana** do número de horas que este novo grupo de alunos fica a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Mostra como obtiveste a resposta.

Figura 76: Questão 2.3 da tarefa 5.

Na resolução apresentada (Figura 77) há evidência de que as alunas Érica e Vera compreenderam o procedimento a utilizar para calcular a mediana, uma vez que começaram por ordenar os dados, localizaram o centro da distribuição e fizeram corresponder a mediana a esse valor.

Partindo das resoluções apresentadas pelos alunos, foi discutido com eles que, por se tratar de uma distribuição com um número ímpar de dados, a mediana voltou a coincidir com um dos dados e que, apesar de terem sido acrescentados dados, o valor da mediana não se alterou.

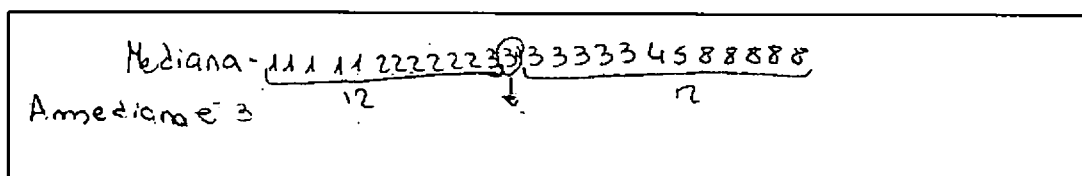


Figura 77: Resolução da questão 2.3 da tarefa 5 pelas alunas Érica e Vera.

A questão 2.4 (Figura 78) tinha por objetivo que os alunos comparassem os valores encontrados para a mediana das três distribuições em que foram incluídos dados e tirassem conclusões relativas à possível alteração do seu valor.

2.4. Compara a média e a **mediana** do número de horas que os alunos dos três grupos passam na internet, sem fazer uma pausa. O que concluis? Justifica a tua resposta.

Figura 78: Questão 2.4 da tarefa 5.

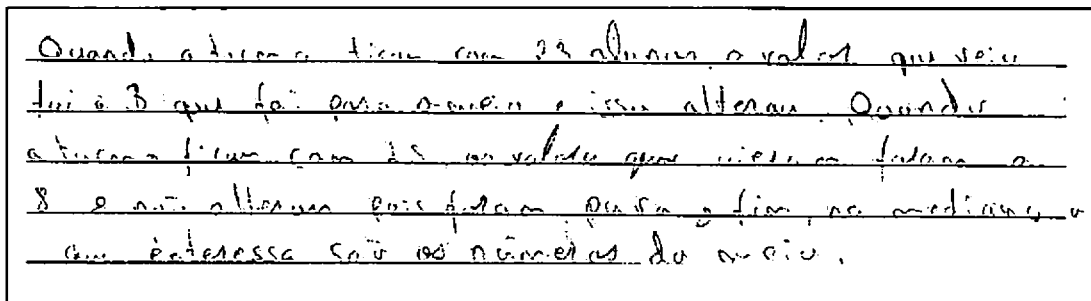
Os alunos Érica e José evidenciaram ter compreendido que a mediana pode alterar-se com a modificação da distribuição e que, para determinar o seu valor, não se tem em conta todos os valores dos dados, mas apenas os valores centrais (Figuras 79 e 80). No entanto, as respostas apresentadas mostram que os alunos não compreenderam na sua plenitude a justificação para tal facto, pelo que, aquando da discussão das respostas apresentadas tive que clarificar alguns aspetos.

A aluna Érica considera que a mediana altera-se apenas quando entram valores para o centro da distribuição, ou seja, ela associa a mediana ao valor central e portanto nesta lógica, segundo ela, só ocorrerá alteração quando os novos dados se posicionam no centro (Figura 79).

Handwritten student work showing a response to the question. The text is: 'É que quando um valor entra entre os dados a mediana e quando entram dois valores novos não muda a mediana mas se entram os que estão no meio esta se muda'.

Figura 79: Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pela aluna Érica.

O aluno José referiu que a alteração da mediana ocorre quando os valores que passam a integrar a distribuição se posicionam no centro da mesma (Figura 80). Assim, segundo ele, no primeiro grupo a mediana passou a ser três porque ocupa a posição central e no segundo grupo não se registou alteração porque os valores ocuparam posições extremas.



Quando a turma ficou com 23 alunos, o valor que veio foi o 3 que foi para a median e isso alterou. Quando a turma ficou com 25, o valor que veio na turma foi o 8 e não alterou pois ficou para a fim, na mediana o que interessa são os números do meio.

Figura 80: Resolução da questão 2.4 da tarefa 5 pelo aluno José.

Estas duas resoluções são exemplificativas de que os alunos associam a mediana ao valor central, no entanto, não explicitam que a entrada de dados altera a posição da mediana e consequentemente poderá alterar o seu valor. Mediante as resoluções apresentadas, expliquei que a alteração, no segundo grupo, ocorreu por ter entrado um valor e, portanto, a distribuição passou a ter um número ímpar de dados e como tal o seu valor passou a coincidir com um deles. Realcei ainda que a alteração teria ocorrido independentemente do valor do novo dado. Outro aspeto que clarifiquei foi que, na terceira questão, apesar de a distribuição continuar com um número ímpar de dados, a mediana não se alterou, porque os valores acrescentados fizeram deslocar a mediana para a décima segunda posição, a qual continua a corresponder ao dado, três. Salientei que, a entrada de valores para as posições extremas implica a alteração da posição da mediana e, como tal, poderá significar a alteração do seu valor.

4.5.2. Tarefa 6 – Quartis e Diagrama de extremos e quartis

Um dos objetivos da tarefa 6 era a identificação da mediana a partir do diagrama de caule e folhas. Assim, na primeira parte da tarefa, na questão 1.1 (Figura 81) os alunos teriam que identificar a mediana e explicar o seu significado atendendo ao contexto.

1. Na tarefa 3 construiste um diagrama de caule e folhas para representar a idade das mães dos alunos do 9.º ano.

Um aluno respondeu: “ não se aplica”.

1.1. Calcula a idade mediana e explica o seu significado.

2	9
3	6 7 7 7 8 8 8 9
4	1 2 3 4 4 5 6 8 8 9
5	1 2

Figura 81: Questão 1.1 da tarefa 6.

Os alunos Amélia, Belmiro e Sara identificaram o valor da mediana a partir do diagrama de caule e folhas, constatando que, como as idades estavam ordenadas, bastava localizar a correspondente à posição central (Figura 82). Contaram e verificaram que os dados são vinte e um e portanto, fizeram corresponder o valor da mediana à idade que ocupa a décima primeira posição. Os alunos explicaram corretamente o significado do valor da idade mediana.

R: A mediana é de 42, ou seja, pelo menos 50% das mães dos alunos do nono ano têm 42 ou mais de 42 anos e menos de 50% tem menos de 42 anos

Figura 82: Resolução da questão 1.1 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Belmiro e Sara.

Os alunos Carla e Vasco indicaram o valor da mediana mas não explicaram corretamente o seu significado pois, associaram que metade das mães tem menos de 42 anos e a outra metade tem mais de 42 anos, ou seja, justificaram como se se tratasse de uma distribuição com um número par de dados (Figura 83).

A mediana é 42, porque 50% das mães tem menos de 42 anos e 50% das mães tem mais de 42 anos

Figura 83: Resolução da questão 1.1 da tarefa 6 pelos alunos Carla e Vasco.

Os alunos Luísa, Paulo e Lara tiveram necessidade de reorganizar os dados, pelo que os reescreveram e depois identificaram a mediana, referindo que a mesma ocupa a décima primeira posição. No entanto, não explicaram o significado do valor encontrado para a mediana, no contexto do problema (Figura 84).

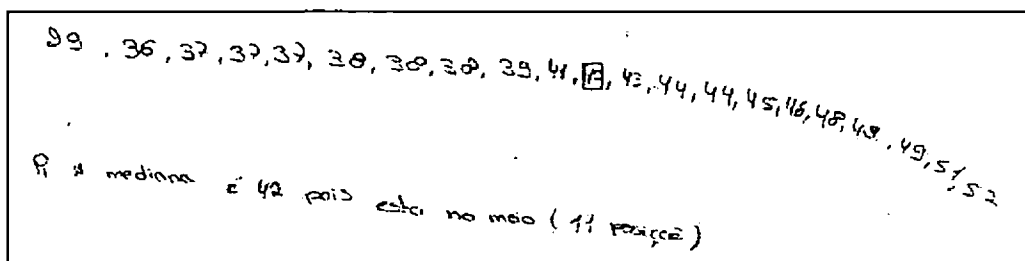


Figura 84: Resolução da questão 1.1 da tarefa 6 pelos alunos Luísa, Paulo e Lara.

A segunda parte da tarefa 6 (trabalho de casa) tinha como objetivo principal a comparação de duas distribuições, ou seja, a identificação das semelhanças e das diferenças atendendo às medidas estatísticas, nomeadamente à mediana.

Para a variável em estudo, já se tinha calculado o valor da mediana mas considerando apenas quinze valores em vez de vinte e um, uma vez que seis alunos da turma tinham respondido “não se aplica”. Nesta questão fez-se corresponder a essas respostas o valor zero (Figura 85) e pretendia-se que os alunos relembassem o procedimento a utilizar para calcular a mediana e explicassem o significado do valor encontrado, no contexto do problema.

1. Na análise que fizemos da pergunta do questionário: “**Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na internet sem fazer uma pausa?**”, relativamente à turma (7.º ano), não se consideraram as respostas de 6 alunos que responderam “não se aplica”.

Se fizermos corresponder a esses alunos o valor de zero horas, obtemos uma tabela de frequências absolutas e relativas, como a seguinte:

Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
0	6		28%
1	6		
2	4	0,19	
3	3		
4	1		5%
5	1		
Total	21	1	100%

1.4. Determina a **mediana** do número de horas que os alunos da vossa turma ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Explica o significado do valor encontrado.

Figura 85: Questão 1.4 do T.P.C da tarefa 6.

A partir da tabela de frequências absolutas, os alunos tinham que determinar a mediana do número de horas que os alunos do 7.º ano ficam a navegar na Internet sem fazer pausa. Assim, de acordo com as resoluções apresentadas, verifica-se que, de um modo geral, a turma respondeu com sucesso a esta questão, tendo encontrado o valor da mediana e explicado o seu significado no contexto apresentado, como ilustro nos seguintes exemplos.

A aluna Érica interpretou corretamente a tabela de frequências, escreveu os dados por ordem crescente e identificou o valor da mediana, depois de ter determinado a sua posição. Para isso e tendo em conta que o número de dados é ímpar, adicionou um ao número total de dados e dividiu a soma por dois. Ao explicar o significado de mediana cometeu dois erros, sendo que fez corresponder a cada uma das metades cinquenta por cento e não atendeu ao facto de, na segunda metade, os alunos terem ficado uma hora, inclusive. (Figura 86).

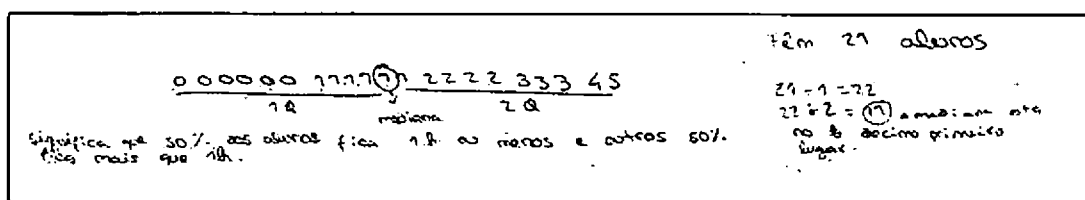


Figura 86: Resolução da questão 1.4 do T.P.C da tarefa 6 pela aluna Érica.

A aluna Adélia depois de reescrever os dados da tabela, para determinar o valor da mediana, dividiu por dois a diferença entre o número total de dados e um, ficando desta forma a saber o número de dados de cada uma das metades. A aluna não conseguiu explicar o significado de mediana, pois considerou, erradamente, que cada uma das partes correspondia a metade da distribuição e, além disso, referiu que os alunos ou ficam menos de uma hora a navegar na internet sem fazer pausa ou ficam mais de uma hora. Ou seja, segundo Adélia, os alunos nunca ficam apenas uma hora (Figura 87).

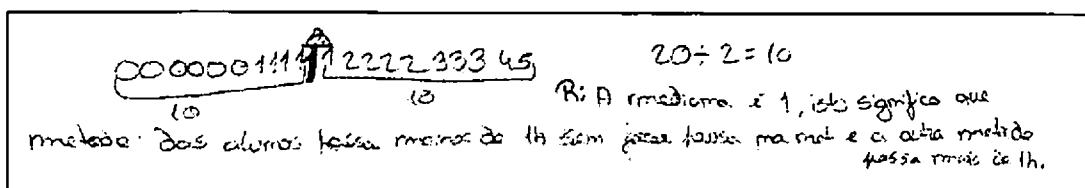


Figura 87: Resolução da questão 1.4 do T.P.C da tarefa 6 pela aluna Adélia.

4.5.3. Teste final

Nesta questão 4 do teste final (Figura 88), os dados estão organizados num gráfico de barras, sendo um dos objetivos da questão 4.3 a determinação do valor da mediana a partir dessa representação. Numa das questões anteriores, os alunos determinaram o número total de dados desta distribuição e concluíram que é par. Essa informação poderia ter sido utilizada na resolução desta questão.

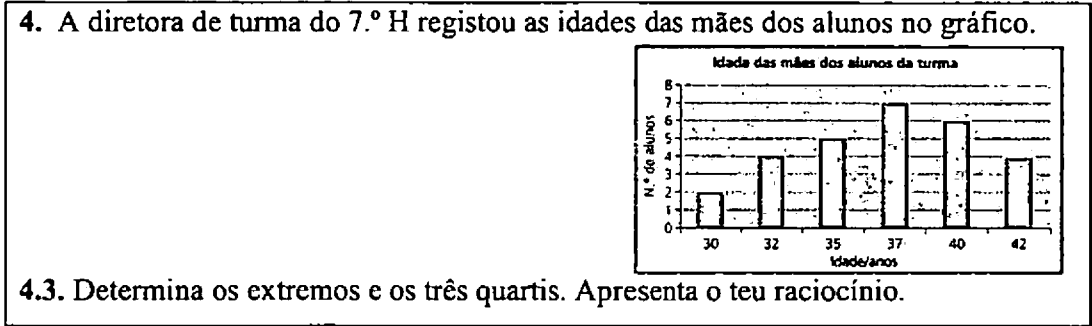


Figura 88: Questão 4.3 do teste final.

Analisando as respostas dos alunos (Tabela 7), concluiu-se que 22% não interpretou corretamente a informação do gráfico, o que condicionou o cálculo da mediana. A maioria dos alunos associa o valor da mediana ao centro da distribuição e evidencia que não necessita de todos os dados para determinar o seu valor, no entanto, não atendem ao facto de o número total de dados ser par ou ímpar. Observa-se, ainda, que 56% dos alunos consegue perceber que tem que desagrupar os dados e consegue ordená-los corretamente.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Calcula corretamente o valor da mediana	7	39%
Ordena os dados e calcula incorretamente o valor central	3	17%
Não interpreta corretamente a informação do gráfico	4	22%
Não responde/responde incorretamente	4	22%

Tabela 7: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.3 do teste final.

A aluna Érica escreveu os dados ordenados de acordo com a informação do gráfico e calculou corretamente o valor da mediana, fazendo a média aritmética dos dois valores centrais (Figura 89). No entanto, é de notar que a aluna aplicou o procedimento

não atendendo a que, sendo os valores centrais iguais, não poderia resultar nenhum outro valor.

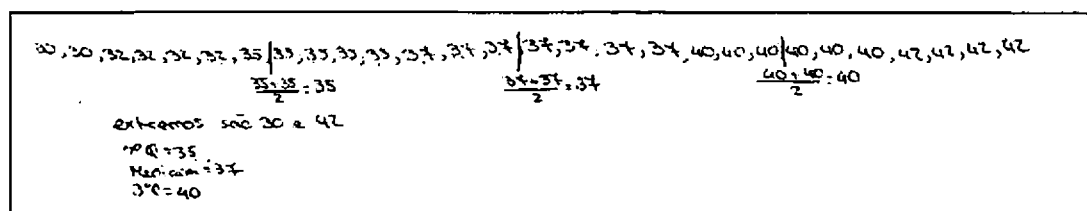


Figura 89: Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Érica.

A aluna Vera interpretou a informação do gráfico, escreveu os dados por ordem crescente e determinou corretamente o valor da mediana, 2.º quartil, no entanto, não reconheceu que este coincide com um dos dados uma vez que os valores centrais são iguais.

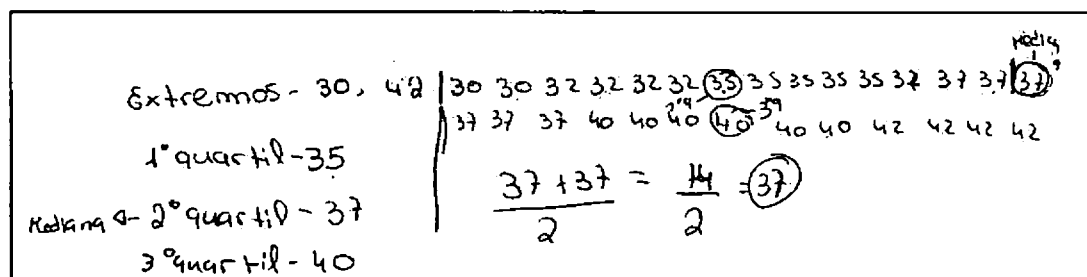


Figura 90: Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Vera.

O aluno Dinis não interpretou corretamente a informação do gráfico e, além disso, é perceptível que associou a mediana a um procedimento usando os valores da frequência absoluta o que revela não ter compreendido qual a variável em causa neste contexto.

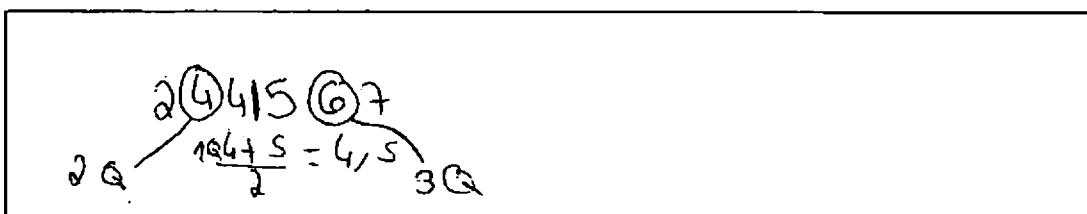


Figura 91: Resolução da questão 4.3 pelo aluno Dinis.

Na questão 5 (Figura 92) a informação está organizada numa tabela de frequências absolutas, a partir da qual os alunos teriam que encontrar o valor central e explicar o seu significado no contexto do problema.

5. Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:						
Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28
5.3. Encontra o valor da mediana e explica o significado do valor encontrado.						

Figura 92: Questão 5.3. do teste final.

Feita a análise das respostas apresentadas pelos alunos, conclui-se (Tabela 8) que 50% dos alunos associa o valor da mediana ao valor central mas, desses, 28% não ordena os dados. Em relação ao significado atribuído ao valor encontrado para a mediana no contexto do problema, 39% dos alunos evidencia ter compreendido a definição de mediana.

Resposta		N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Procedimento	Calcula corretamente o valor da mediana	4	22%
	Ordena os dados e calcula incorretamente o valor central	2	11%
	Não ordena os dados mas calcula o valor central	5	28%
	Não responde/ Responde incorretamente	7	39%
Significado	Atribui um significado correto	7	39%
	Não atribui significado ou atribui significado incorreto	5	28%
	Não responde/ Responde incorretamente	6	33%

Tabela 8: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.3 do teste final.

A aluna Érica interpretou a informação da tabela de frequências absolutas mas não ordena os dados para calcular o valor da mediana (Figura 93). Assim, e como a distribuição tem um número par de dados, determinou a média aritmética dos dois valores centrais que, de acordo com o erro cometido são diferentes e obteve, portanto, um valor distinto dos da distribuição.

Ao explicar o significado, a aluna associou a mediana ao valor que divide a distribuição ao meio, ou seja, 50% para cada lado desse valor. No entanto, referiu incorretamente que 50% dos funcionários poderia receber o valor correspondente à mediana, inclusive, o que não é possível, uma vez que este valor não faz parte da distribuição.

dados, não os ordenou e não explicou o significado do valor encontrado no contexto do problema.



Figura 96: Resolução da questão 5.3 do teste final pelo aluno Vasco.

Na questão 5.5 (Figura 97) pretendia-se analisar se os alunos compreenderam que quando se altera qualquer dado da distribuição, o valor da mediana pode alterar-se ou não, dependendo do novo valor.

5.5. Vamos imaginar que os ordenados da gerência aumentaram de 2000 para 2500 euros e que os outros trabalhadores mantiveram o seu ordenado.
Que alterações se verificam no valor da média e da **mediana** dos ordenados?
Justifica a tua resposta.

Figura 97: Questão 5.5 do teste final.

Feita a análise das resoluções apresentadas verifica-se que 45% dos alunos reconhece que o valor da mediana não se altera quando se substitui o valor 2000 por 2500 (Tabela 9). Mesmo nos casos em que não surge a justificação, subentende-se que os alunos compreendem que o valor da mediana corresponde ao valor central, não sendo por isso afetado pela referida alteração de valores.

O facto de, na mesma questão, ser solicitado a análise e justificação da possível alteração de duas medidas estatísticas poderá ter condicionado a resposta, uma vez que 22% dos alunos não apresenta uma resposta relativa à mediana.

Resposta em relação à mediana	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente e justificou	5	28%
Respondeu corretamente mas não justificou	3	17%
Respondeu incorretamente	6	33%
Não respondeu	4	22%

Tabela 9: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.5 do teste final.

De seguida apresento algumas das resoluções que ilustram o raciocínio dos alunos. O aluno José compreendeu que neste caso não ocorre alteração do valor da mediana porque o valor substituído não ocupa uma posição central (Figura 98).

Na mediana não alteram-se pois os números do meio é que contam e como 2500 é maior valor ele não vai estar no meio e a mediana não se vai alterar

Figura 98: Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno José.

A aluna Adélia compreendeu que a substituição de três valores por outros maiores não tem implicação no valor da mediana, uma vez que os valores substituídos vão ser ocupados por outros que ficarão na mesma posição, o que neste caso corresponde a posições das pontas (Figura 99).

A mediana não se alterava pois apenas se substituíam 3 valores por outros 3 que ficam nas pontas.

Figura 99: Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Adélia.

A resposta da aluna Érica está incompleta não sendo perceptível se compreende efetivamente a justificação para o facto de a mediana não ter sofrido alteração (Figura 100). Ao referir apenas que “o que conta é o que está no meio” não explicita a razão pela qual este meio não foi alterado, apesar de terem sido substituídos três valores.

A mediana não muda pois o que conta é o que está no meio

Figura 100: Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Érica.

O aluno Belmiro parece ter a noção de que a alteração do valor da mediana só ocorre com a inclusão de valores na distribuição inicial, o que não está correto, pois o valor poderia ter sido alterado se tivessem sido substituídos valores centrais em vez dos das pontas (Figura 101).

Na mediana não mudavam porque não acrescenta outros números.

Figura 101: Resolução da questão 5.5 do teste final pelo aluno Belmiro.

A aluna Amélia parece não ter compreendido que não foram acrescentados valores à distribuição inicial mas, sim, substituídos três valores por outros maiores. Talvez tenha confundido a mediana com a média, pois refere que o “resultado” se altera com a inclusão de valores muito grandes.

R: Na mediana o resultado vai aumentar porque se adiciona um número superior

Figura 102: Resolução da questão 5.5 do teste final pela aluna Amélia.

Na questão 6.1. (Figura 103) os alunos teriam que calcular o valor da mediana de um conjunto com um número ímpar de dados que não estavam ordenados, devendo para tal aplicar corretamente o procedimento.

6. Considera os seguintes dados:

23, 20, 14, 13, 17, 21, 29, 31, 10, 12, 11, 21, 5, 36, 19.

6.1. Determina a mediana deste conjunto de números.

Figura 103: Questão 6.1 do teste final.

Depois de analisar as respostas apresentadas pelos alunos (Tabela 10) conclui-se que apenas 39% dos alunos aplica corretamente o procedimento no cálculo do valor da mediana, tendo começado por ordenar os dados e depois indicado o valor que ocupa a posição central. Para as respostas incorretas registaram-se dois tipos de erros: a não ordenação dos dados com a indicação do valor central (cerca de 39%) e os dados ordenados mas com indicação incorreta do valor central (cerca de 11%). É de salientar que 78% dos alunos associa a mediana ao valor central da distribuição, no entanto, metade não ordena os dados.

Resposta em relação à mediana	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente	7	39%
Não ordenou os dados mas indicou o valor central	7	39%
Ordenou os dados mas não indicou o valor central	2	11%
Não respondeu	2	11%

Tabela 10: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 6.1 do teste final.

A aluna Amélia apresentou uma resolução correta tendo ordenado os dados e identificado o valor central de acordo com o pretendido (Figura 104). Atendeu ao facto de a distribuição ter um número ímpar de dados e, portanto, o valor da mediana coincidir com o dado que ocupa a posição central.

<p>5 10 11 12 13 14 17 19 20 21 21 23 29 31 36</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <p style="text-align: center;">ME = 19</p>

Figura 104: Resolução da questão 6.1 do teste final pela aluna Amélia.

O aluno Belmiro começou por colocar corretamente os dados por ordem crescente, no entanto, aplica o procedimento como se tivesse um número par de dados, não tendo em conta que sendo a mediana o valor central, teria que considerar na distribuição duas partes com o mesmo número de dados (Figura 105).

<p>5, 10, 11, 13, 13, 17, <u>17, 19</u>, 20, 21, 21, 23, 29, 31, 36</p> <p style="text-align: center;">↳ $\frac{19 + 17}{2} = \underline{\underline{18}}$</p>
--

Figura 105: Resolução da questão 6.1 do teste final pelo aluno Belmiro.

O aluno Paulo identificou a mediana como sendo o valor da distribuição que ocupa a posição central, mas não ordenou os dados (Figura 106). Assim, depreende-se que não compreendeu a definição de mediana.

4 mediana 34

Figura 106: Resolução da questão 6.1 do teste final pelo aluno Paulo.

Na questão 6.2. (Figura 107) pretendia-se que os alunos acrescentassem ou tirassem um dado à distribuição, ficando desta forma com um número par de dados.

6.2. Acrescenta ou tira um dado da lista acima, de maneira a que o novo conjunto de dados tenha uma mediana de 18,5.

Figura 107: Questão 6.2 do teste final.

Depois de analisar as respostas (Tabela 11), conclui-se que apenas 22% dos alunos respondeu corretamente a esta questão, o que significa que tiveram dificuldades na resolução da referida questão.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Respondeu corretamente	4	22%
Respondeu incorretamente	11	61%
Não respondeu	3	17%

Tabela 11: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 6.2 do teste final.

Considero que as dificuldades manifestadas pelos alunos estão relacionadas, na sua maioria, com a interpretação do enunciado e com o facto de este tipo de questão não ter sido trabalhado nas tarefas propostas para as aulas.

Pela análise feita torna-se evidente que alguns dos alunos que responderam erradamente têm presente a noção de mediana mas não atenderam ao enunciado, ou seja, ao facto do valor da mediana ter que ser 18,5, tirando ou acrescentando um dado. Uma das alunas chegou mesmo a substituir um valor em vez de acrescentar ou retirar, tal como indicado no enunciado. A seguir apresento alguns exemplos que ilustram as resoluções dos alunos.

O aluno Belmiro apresentou uma resolução correta pois tirou o valor 19 da distribuição inicial tendo esta ficado apenas com catorze dados (Figura 108). Assim, os

valores centrais passaram a ser 17 e 20, cuja média aritmética é igual a 18,5, tal como o pretendido.

Handwritten student work for Figure 108:

5, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 20, 21, 21, 23, 29, 31, 36

$\hookrightarrow \frac{20+17}{2} = 18,5$

Eu retirei o 19.

Figura 108: Resolução da questão 6.2 do teste final pelo aluno Belmiro.

O aluno José também apresentou uma resolução correta. Neste caso, o aluno acrescentou o valor 18 à distribuição inicial tendo esta ficado com dezasseis dados. Assim, os valores centrais passaram a ser 17 e 20, cuja média aritmética é igual a 18.5, tal como o solicitado.

Handwritten student work for Figure 109:

5, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 18, 19, 20, 21, 21, 23, 27, 31, 36

$\hookrightarrow \frac{18+19}{2} = \frac{37}{2} = 18,5$

Figura 109: Resolução da questão 6.2 do teste final pelo aluno José.

A aluna Amélia apresentou uma resolução que não corresponde ao valor pretendido, no entanto, evidencia uma boa compreensão do conceito de mediana (Figura 110). Assim, tirou o valor 21 à distribuição inicial tendo esta ficado com um número par de dados e calculou a média aritmética dos valores centrais que corresponde a 18, valor diferente do pretendido para a mediana.

Handwritten student work for Figure 110:

5, 10, 11, 12, 13, 14, 17, 19, 20, 21, 23, 29, 31, 36

$\frac{17+19}{2} = \frac{36}{2} = 18$

Figura 110: Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Amélia.

A aluna Célia revela não ter compreendido o conceito de mediana nem o enunciado da questão pois, apresenta uma resolução em que acrescenta um valor ao conjunto de dados, que não ordenou, e determina a mediana que é um valor diferente do pretendido (Figura 111).

Handwritten student work for finding the median of a data set. The data set is: 23, 20, 14, 13, 17, 21, 29, 31, 10, 12, 11, 21, 5, 36, 19, 4. The values 31 and 10 are boxed, and an arrow points to the space between them. Below, the calculation is shown:
$$Me = \frac{31 + 10}{2} = 20,5$$

Figura 111: Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Célia.

A aluna Adélia não atendeu ao enunciado pois, em vez de acrescentar ou tirar um dado à distribuição, substituiu um dos valores por outro de tal forma que a mediana passasse a ser 18,5 (Figura 112). No entanto, depreende-se que a aluna compreende o conceito de mediana.

Handwritten student work showing a substitution: "Substituímos o 19 por 18,5."

Figura 112: Resolução da questão 6.2 do teste final pela aluna Adélia.

4.5.4. SÍNTESE

As tarefas apresentadas tinham como objetivos levar os alunos a compreender o conceito de mediana, o procedimento para determinar o seu valor e interpretar o seu significado no contexto da situação proposta. Aquando da resolução das tarefas em sala de aula foi referido que a mediana é um valor central que divide a distribuição ao meio e que, para determinar o seu valor, é necessário ordenar os dados previamente, caso não o estejam.

Os alunos, em contexto de aula, evidenciaram ter compreendido o procedimento, no entanto, na resolução do teste escrito nem sempre ordenaram os dados para determinar o valor da mediana, possivelmente por estarem desatentos ou pelo facto de na maioria das questões resolvidas nas aulas, os dados já estarem ordenados pois apresentavam-se em tabelas de frequências, diagrama de caule e folhas e gráfico de barras.

Durante a resolução das tarefas, os alunos revelaram alguma compreensão do significado de mediana que é bastante complexo, atendendo às variações que podem ocorrer numa distribuição relacionadas com o número de dados, par ou ímpar, e com os valores centrais da distribuição serem iguais ou diferentes. No decorrer das aulas, os

alunos evidenciaram ter compreendido que o valor da mediana coincide com um dos valores dos dados quando a distribuição é ímpar ou, no caso de ser par, quando os valores centrais são iguais. Analisando a prestação dos alunos, considero que o recurso a uma distribuição com um número par de dados e com os dois valores centrais diferentes que utilizei para explorar o significado de mediana, poderá, eventualmente, tê-los induzido a associarem que, em qualquer distribuição, cinquenta por cento dos dados são valores inferiores à mediana e que os outros cinquenta por cento são valores superiores. Quando surgiram distribuições com um número ímpar de dados e cujos valores centrais eram iguais, os alunos tiveram dificuldade em explicar o significado da mediana, uma vez que, neste caso, a mediana assume um valor da distribuição e, além disso, esse valor repete-se à direita e/ou à esquerda da mediana o que dificulta a explicação do seu significado. A dificuldade de linguagem mantém-se quando a distribuição tem um número par de dados em que os dois valores do meio são iguais entre si e iguais aos que estão à sua direita e à sua esquerda. De qualquer modo, tomei consciência que as questões de linguagem, neste contexto, são um pouco rebuscadas para alunos deste nível de escolaridade.

A possível alteração da mediana quando se modifica uma distribuição com a entrada, saída ou substituição de valores foi investigada nas aulas através das tarefas propostas, no entanto, o raciocínio inverso não foi explorado. Assim, quando realizaram o teste final e foram confrontados com uma questão deste tipo, a maioria não conseguiu fazer o raciocínio inverso do algoritmo da mediana e indicar a alteração que deveria ter ocorrido na distribuição para que o valor da mediana fosse o predefinido.

Aconteceu também que, a partir das questões colocadas, alguns alunos generalizaram erradamente que ao acrescentar um valor central, a mediana altera-se e quando se acrescentam valores nas “pontas” a mediana não se altera. Penso que esta generalização poderá estar relacionada com o facto de os alunos considerarem que, pelo facto de a mediana ser o valor central, apenas ocorre alteração quando o valor acrescentado vai para o meio, assim deverá ser reforçado que, ao acrescentar valores, a posição da mediana altera-se o que poderá implicar alteração do seu valor dependendo dos valores da distribuição.

Nas questões em que os dados estavam organizados em tabelas de frequências, gráficos de barras e diagramas de caule e folhas, os alunos evidenciaram ter compreendido a informação constante nessas diferentes representações, uma vez que conseguiram desagrupar os dados e interpretá-los. Penso que o trabalho desenvolvido

durante as aulas e em casa muito contribuiu para a realização dessas aprendizagens, pois foram várias as questões em que os alunos foram chamados a interpretar a informação organizada de diferentes formas.

Pela análise do trabalho desenvolvido pelos alunos no decorrer das aulas verifiquei que ocorreu aprendizagem e que houve uma evolução significativa na apropriação de conceitos e procedimentos, apesar de subsistirem dificuldades principalmente na explicação de significados. O facto de os alunos não estarem habituados a justificar os seus raciocínios também tem implicações na pouca predisposição para explicarem os significados. Considero que esta dimensão deverá ser mais trabalhada nas aulas.

4.6. Qual a medida mais adequada?

No terceiro ciclo é alargado o repertório das medidas estatísticas devendo os alunos ser capazes de escolher a medida mais adequada para resumir a informação contida nos dados (ME, 2007).

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de duas questões integradas na tarefa cinco e uma questão do teste final. A primeira questão é relativa à escolha da medida estatística (média, moda ou mediana) que melhor caracteriza uma distribuição relativamente à variável. O valor da média e da moda já haviam sido determinados anteriormente estando apenas em falta o valor da mediana. Na segunda questão, mediante os valores apresentados para a média e mediana de uma variável em estudo relativa a dois grupos de alunos (rapazes e rapariga) pretendia-se a análise e comparação dos valores apresentados, com a devida justificação. A questão do teste final pretendia averiguar se os alunos, depois de terem determinado o valor da média e da mediana para uma distribuição em que os dados se apresentavam organizados numa tabela de frequência, conseguiam escolher a medida mais adequada para descrever a distribuição relativamente à variável em estudo. Finalmente será apresentada uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como, as dificuldades evidenciadas na resolução das questões.

4.6.1. Tarefa 5 - Mediana

A tarefa 5 permitiu aos alunos aprender a definição de mediana, o algoritmo para determinar o seu valor e o seu significado, em cada contexto. Para além disso, e tendo em conta que os alunos já conhecem outras medidas estatísticas (moda e média), tem como objetivo permitir que estes compreendam qual das medidas é a mais adequada para resumir a informação contida nos dados e identifiquem as vantagens e desvantagens na utilização da média e da mediana.

Assim, na questão 1.3 (Figura 113) e tendo em conta que eram conhecidos os valores da moda, média e mediana, determinados em questões anteriores, os alunos teriam que escolher de entre as três medidas a que melhor caracterizasse a distribuição, relativamente à variável em estudo.

1. Consulta os dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 9.º ano ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa.

1.3. Na tarefa 3, concluíste que existem duas modas (2h e 3h) e que a média é

$$\bar{x} = \frac{68}{22} \approx 3,1.$$

Na tua opinião, qual das três medidas (média, moda ou mediana) melhor caracteriza o comportamento da turma do 9.º ano relativamente ao número de horas que os alunos ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa? Justifica a tua resposta.

Figura 113: Questão 1.3 da tarefa 5.

Os alunos revelaram dificuldade em escolher a medida mais adequada para representar a distribuição e em apresentar argumentos que validassem a sua resposta. Alguns alunos responderam ser a mediana, outros a média e outros ainda a moda não justificando convenientemente a sua escolha, como ilustro nos exemplos seguintes.

As alunas Sara e Amélia referiram a mediana como sendo a medida que melhor caracteriza a distribuição e apresentaram uma justificação válida para excluir a moda mas não referiram nenhum argumento válido para rejeitar a média (Figura 114). As alunas não escolheram a moda pelo facto de esta assumir dois valores o que, segundo elas, não lhes permite saber qual deles caracteriza melhor a distribuição. Em relação ao facto de

rejeitarem a média consideram que o seu valor é aproximado e como tal não lhes permite representar com precisão a distribuição. A contrapor, alegam que a mediana indica com precisão que metade dos alunos fica menos de duas horas e meia e a outra metade fica mais de duas horas e meia a navegar na internet, sem fazer pausa subentende-se. Deste modo, a resposta das alunas parece indiciar que privilegiam a mediana porque consideram que esta lhes fornece informação sobre a variável em estudo para todo o grupo.

Na nossa opinião a mediana é a que melhor caracteriza os dados que os alunos fizeram a navegar na internet sem fazer uma pausa. Porque, na média não se sabe (e não nos dá a resposta), na mediana nós sabemos 2h e 3h (logo não sabemos se se confia-se nos 2h ou nos 3h) mas na mediana nós sabemos que metade fica menos de 2,5h e a outra metade mais de 2,5h (logo sabemos a resposta).

Figura 114: Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelas alunas Sara e Amélia.

Os alunos Érica e Leonardo responderam que a média é a medida que melhor caracteriza a distribuição mas não explicaram a resposta, referindo apenas que o procedimento utilizado no cálculo do seu valor estava correto (Figura 115).

É a média porque 68 é o número de respostas e a 27 é a total e para se calcular a média é o nº a dividir pelo total.

Figura 115: Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelos alunos Érica e Leonardo.

As alunas Vera e Adélia escolheram a moda como sendo a medida que melhor caracteriza a distribuição mas não apresentaram argumentos para a sua escolha.

Eu acho que é a moda porque caracteriza melhor o comportamento da turma do 9º ano relativamente ao número de horas que ficaram na internet sem fazer pausas.

Figura 116: Resolução da questão 1.3 da tarefa 5 pelas alunas Vera e Adélia.

Mediante a dificuldade evidenciada pelos alunos em responder à questão 1.3, fez-se, de imediato, a discussão em grande grupo, na qual foram sistematizadas as ideias principais e realçadas algumas propriedades da média e da mediana, nomeadamente, a resistência destas medidas e o facto de os seus valores poderem coincidir com um dos dados.

Depois de clarificar que a média não é a medida mais indicada para caracterizar a distribuição porque alguns dos seus valores da distribuição são atípicos e inflacionam o valor da média, referi que “a média diz-se que é uma medida pouco resistente, porque sofre grandes alterações quando existem valores muito grandes ou valores muito pequenos”

Aproveitando o facto de os valores da média e da mediana não coincidirem com os dados, questionei os alunos sobre essa possibilidade e realcei que os valores podem coincidir ou não mas que esse nunca poderá ser um argumento para a escolha da medida mais adequada para caracterizar uma distribuição.

A questão 4.1 (Figura 117) tinha como objetivo a comparação dos valores da média e da mediana, levando os alunos a refletir sobre a disparidade dos valores encontrados para as referidas medidas estatísticas, relativas à variável em estudo. O facto de se estabelecer uma comparação entre os valores da média e da mediana, referentes ao número de pessoas a que os rapazes e as raparigas estão conectados no Messenger, permitiria que os alunos caracterizassem esse grupo quanto à referida variável.

4. Juntámos os dados das duas turmas e obtivemos as seguintes médias e medianas relativas ao número de pessoas a que os rapazes e as raparigas estão conectados no Messenger.

Total	Média	Mediana
Raparigas	32	12
Rapazes	23	1

4.1. Analisa e compara os valores da média e da mediana. O que concluis? Justifica a tua resposta.

Figura 117: Questão 4.1 da tarefa 5.

Analizadas as respostas, verifica-se que os alunos não conseguem relacionar os valores de cada medida estatística nas duas distribuições nem tirar conclusões acerca da disparidade dos valores da média e da mediana, em cada grupo. Considero que nesta

questão, torna-se evidente a dificuldade que os alunos têm em relacionar e explicar o significado das medidas, num determinado contexto, como ilustro com a resolução seguinte.

Os alunos Luísa, Lara e Paulo compararam os valores facultados mas não lhes atribuíram qualquer significado nem apresentaram nenhuma explicação para a diferença entre eles (Figura 118).

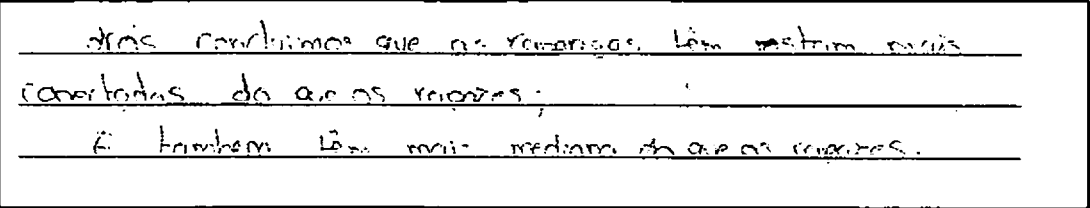


Figura 118: Resolução da questão 4.1 da tarefa 5 pelos alunos Luísa, Lara e Paulo.

4.6.2. Teste final

Na questão cinco do teste final (Figura 119), os alunos teriam que escolher uma das medidas (média ou mediana), que melhor descrevesse a distribuição e apresentar argumentos para a sua escolha. O valor das duas medidas já havida sido determinado em questões anteriores.

5. Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:

Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28

5.4. Se quisesse descrever globalmente os ordenados desta empresa utilizarias a média ou a mediana? Justifica a tua escolha.

Figura 119: Questão 5.4 do teste final.

Feita a análise das resoluções apresentadas, conclui que 72% dos alunos identificou corretamente a medida que melhor caracteriza a distribuição, mas apenas 17% conseguiu justificar corretamente a resposta dada (Tabela 12).

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Indicou a medida correta e justificou.	3	17%
Indicou a medida correta mas justificou incorretamente.	10	55%
Não respondeu.	5	28%

Tabela 12: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 5.4. do teste final.

De seguida apresento algumas das resoluções que se enquadram nos descritores apresentados para classificar a questão. O aluno José determinou corretamente o valor da média e da mediana e pela resolução apresentada (Figura 120) é notório ter entendido que o facto de existirem valores muito elevados na distribuição inflaciona o valor da média, não sendo por essa razão a medida mais adequada para descrever os ordenados da empresa.

A mediana. Pois o valor da média é influenciado pelos
2000€ valor bastante acima dos outros.

Figura 120: Resolução da questão 5.4 do teste final pelo aluno José.

A aluna Amélia respondeu que a mediana é a medida que melhor descreve a distribuição, no entanto, não apresenta nenhum argumento válido para justificar a resposta (Figura 121). A aluna já havia calculado corretamente o valor da média mas como não ordenou os dados, obteve um valor errado para a mediana.

Eu escolheria a mediana, porque é ~~mais exato~~
o resultado é mais exato.

Figura 121: Resolução da questão 5.4 do teste final pela aluna Amélia.

A aluna Érica respondeu que a média é a medida que melhor descreve a distribuição justificando que para determinar o seu valor tem em conta todos os valores da distribuição (Figura 122). Com esta resposta, a aluna revela não ter compreendido que se trata de uma medida pouco resistente, e como tal não será a medida mais adequada para descrever esta distribuição. A aluna cometeu erros de cálculo na determinação da média e não ordenou os dados para calcular a mediana, pelo que obteve um valor errado.

A média pois a média na média eu sei o resultado
de todos.

Figura 122: Resolução da questão 5.4 do teste final pela aluna Érica.

4.6.3. SÍNTESE

No que concerne à escolha da medida mais adequada para descrever uma distribuição, em algumas situações conseguiram identificá-la apesar de continuarem a manifestar dificuldades na escrita de argumentos válidos que justifiquem a opção.

Os alunos mostraram que entendem o significado do valor de média e de mediana num determinado contexto mas revelam dificuldade em explicá-lo por escrito. No entanto, quando se trata de comparar o valor da média com o da mediana de uma determinada distribuição, os alunos manifestam dificuldades em relacioná-los tendo em conta o contexto em questão.

A resolução de questões que envolvem a escolha e comparação das medidas estatísticas permitiram compreender melhor as dificuldades dos alunos, nomeadamente, no conceito de média e mediana.

4.7. Histograma

Desde o primeiro ciclo do ensino básico que os alunos trabalham com dados organizados em gráficos, no entanto, no 7.º ano de escolaridade é introduzido pela primeira vez o conceito de histograma, devendo os alunos ser capazes de o construir, analisar e interpretar (ME, 2007).

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de cinco questões integradas na tarefa quatro e duas, as últimas, no teste final. As questões elaboradas tiveram como principal objetivo proporcionar aos alunos situações contextualizadas que lhe permitissem aprender a construir, analisar e interpretar histogramas. Assim, as duas primeiras questões têm a ver com a análise e interpretação de um histograma que representa os dados relativos às idades das mães dos alunos do 9.º ano, tendo sido introduzidos os conceitos de classe, amplitude de classe (dez) e de histograma logo na primeira questão. A terceira questão prende-se com a construção de um histograma que representará os dados relativos às idades das mães dos alunos do 9.º, tal como na questão anterior, a partir de uma tabela de frequências cujas classes têm amplitude cinco. As duas questões seguintes estão relacionadas com a interpretação e comparação de histogramas que representam os mesmos dados, tendo as classes diferentes amplitudes. A primeira questão do teste final permite averiguar se os alunos compreenderam o procedimento para construir um histograma, a partir dos dados organizados numa tabela de frequências. A

segunda questão prende-se com a interpretação de um histograma devendo para isso ser capazes de formular questões que possam ser respondidas a partir do referido gráfico. Finalmente, será apresentada uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como, as dificuldades evidenciadas na resolução das diferentes questões.

4.7.1. Tarefa 4 - Construir, analisar e interpretar histogramas

A representação gráfica de dados agrupados em classes, os histogramas, foi introduzida com a resolução orientada da tarefa quatro. Através desta, pretendia-se que os alunos analisassem e interpretassem os histogramas e construíssem estes gráficos a partir de outras representações. Para além disso, os alunos deveriam ainda compreender que, fazendo variar a amplitude das classes, o aspeto dos histogramas pode alterar-se e, consequentemente, a informação que deles se retira terá de ter em conta essas alterações.

A primeira situação em que os alunos são chamados a fazer a leitura e interpretação de um histograma, tendo em conta o contexto, surge na alínea 1.3.1. desta tarefa (Figura 123). No enunciado da questão é apresentado um histograma que foi construído com base numa tabela de frequências e cujo principal objetivo era introduzir esta nova representação de dados agrupados em classes. A partir desse histograma expliquei aos alunos o significado de classe, as diferentes formas de a representar e clarifiquei que cada classe tem dois extremos, o inferior que pertence à classe e o superior que não pertence à classe.

Depois de os alunos compreenderem como se constrói um histograma, tiveram que o interpretar e responder às questões formuladas.

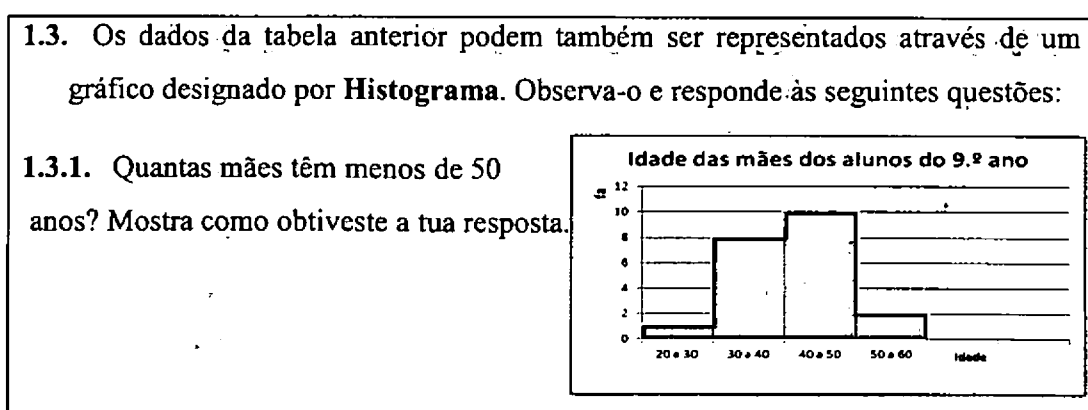


Figura 123: Questão 1.3.1 da tarefa 4.

Os alunos responderam corretamente à questão não revelando quaisquer dificuldades na interpretação do histograma. As resoluções seguintes são ilustrativas das apresentadas pelos diferentes grupos de trabalho.

Os alunos Célia e Belmiro tendo em conta o enunciado, ou seja, a idade das mães ser inferior a cinquenta anos, escreveram para cada uma das três primeiras classes o número de mães com idade compreendida entre os extremos de cada uma dessas classes. Efetuaram a soma e responderam corretamente (Figura 124).

Handwritten calculations in a box:

$$\begin{array}{l} 20 \text{ a } 30 = 1 \\ 30 \text{ a } 40 = 8 \\ 40 \text{ a } 50 = 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} 10 + 8 + 1 = \underline{19} \\ 50 \text{ anos.} \end{array} \quad \text{R: 19 Mães têm menos de}$$

Figura 124 – Resolução da questão 1.3.1 da tarefa 4 pelos alunos Célia e Belmiro.

Os alunos Érica e Leonardo explicaram o seu raciocínio evidenciando terem interpretado corretamente o histograma, no entanto, não apresentaram quaisquer cálculos.

Handwritten text in a box:

No 9º Ano existem 19 mães com menos de 50 anos. Nós obtivemos esse resultado somando as 3 primeiras colunas que iam até 50 anos.

Figura 125 – Resolução da questão 1.3.1 da tarefa 4 pelos alunos Érica e Leonardo.

Na questão 1.3.2 da tarefa 4 (Figura 126), pretendia-se reforçar o facto de o extremo inferior pertencer à classe e o extremo superior pertencer à classe seguinte e, também, relembrar o cálculo de percentagens.

Handwritten text in a box:

1.3.2. Determina a percentagem de mães com mais de 39 anos.
Apresenta todos os cálculos.

Figura 126: Questão 1.3.2 da tarefa 4.

Os alunos não evidenciaram dificuldades na resolução desta questão. A seguir apresento duas resoluções exemplificativas das apresentadas pelos diferentes grupos.

As alunas Adélia e Vera determinaram o total de mães com idade superior a 39 anos, ou seja, o número de mães com idades pertencentes às classes quarenta a cinquenta

e cinquenta a sessenta e, de seguida, fizeram o quociente deste número com o número total de mães (Figura 127). De seguida, deram a resposta na forma pedida.

$$\frac{10+2}{21} = \frac{12}{21} \approx 0,57 \quad R: A \text{ percentagem é de } 57\% \quad 0,57 \times 100 = 57$$

Figura 127 – Resolução da questão 1.3.2 da tarefa 4 pelas alunas Adélia e Vera.

Os alunos Érica e Leonardo também revelaram ter compreendido a informação do gráfico e saber determinar a percentagem pedida, no entanto, revelaram falta de rigor na escrita do procedimento utilizado, como se pode constatar na resolução (Figura 128).

$$10 + 2 = 12 : 21 = 0,57 \times 100 = 57\%$$

Figura 128 – Resolução da questão 1.3.2 da tarefa 4 pelos alunos Érica e Leonardo.

A questão 2.1. (Figura 129) tinha como objetivo que os alunos construíssem um histograma a partir da tabela de frequências. A resolução foi feita em casa tendo sido sugerido que atendessem ao histograma apresentado na questão 1.3 da mesma tarefa.

2. A partir do diagrama de caule e folhas (questão 1) que representa a idade das mães os alunos do 9.º ano, completa a tabela de frequências, considerando agora classes de amplitude 5.

Classes (idade)	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr (%)
[25,30[1	5%
[30,35[0	0%
[35,40[8	38%
[40,45[5	24%
[45,50[5	24%
[50,55[2	9%
Total	21	100%

2.1. Representa os dados da tabela de frequências num histograma.

Figura 129: Questão 2.1 da tarefa 4.

A seguir apresento construções elaboradas pelos alunos (Figura 130). Os erros mais frequentes nos histogramas que os alunos apresentaram é a falta de título do gráfico, de legenda nos eixos coordenados e a construção dos retângulos com bases diferentes.

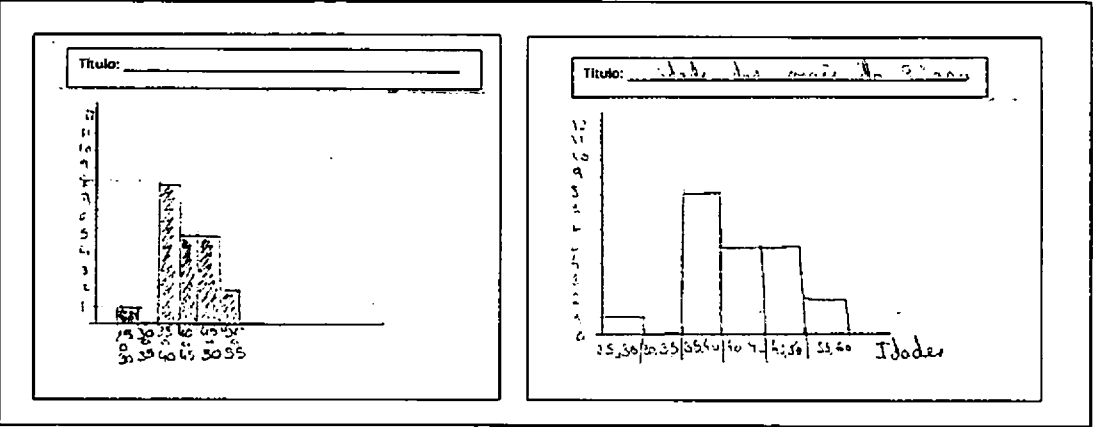


Figura 130: Resoluções da questão 2.1 da tarefa 4.

Quando os alunos constroem um histograma utilizando retângulos separados revelam não ter compreendido que nesta representação os retângulos são adjacentes para transmitir a ideia de continuidade da variável em estudo (Figura 131). Nesta mesma resolução não estão identificadas as variáveis representadas nos eixos coordenados, embora o título seja adequado.

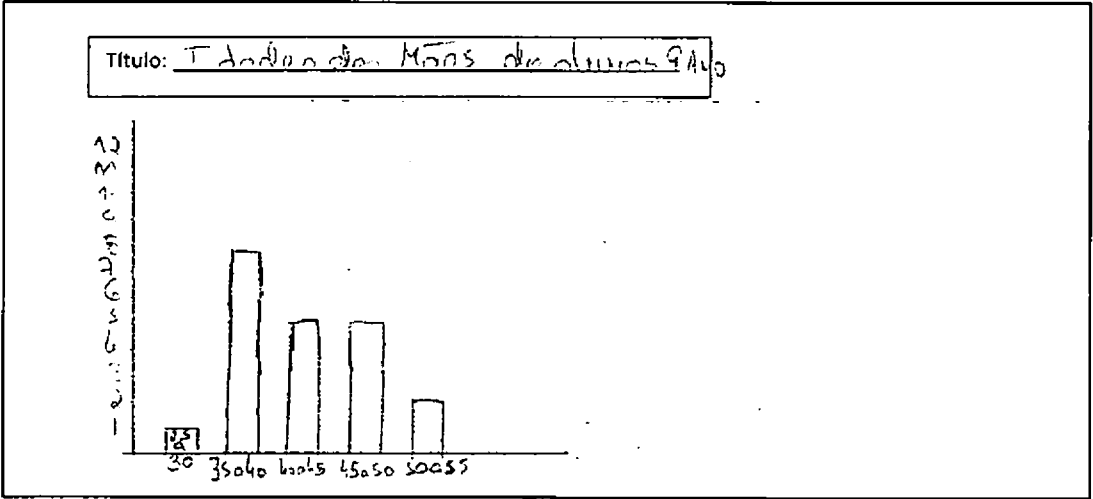


Figura 131: Resolução da questão 2.1 da tarefa 4.

Na questão 2.3. (Figura 132) pretendia-se que os alunos interpretassem o histograma que construíram na alínea anterior e escrevessem as informações possíveis de retirar desta representação.

2.3. O que podes dizer, globalmente, sobre a informação que está representada no histograma? -

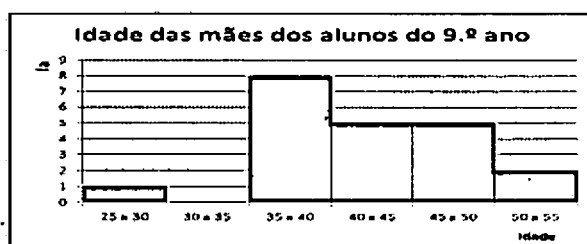


Figura 132: Questão 2.3 da tarefa 4.

As respostas apresentadas pelos alunos são, no geral, incompletas e muito vagas. Este facto poderá ter resultado da pouca reflexão sobre a questão, uma vez que esta foi resolvida em casa ou então pela forma como a questão está enunciada, com a utilização da palavra “globalmente”.

O aluno Dinis identificou qual das classes tem maior frequência e explicou o significado.

Posso dizer que há mais mães entre os 35 a 40 anos.

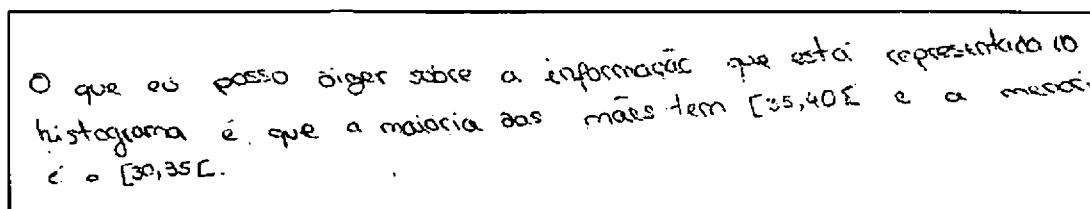
Figura 133: Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pelo aluno Dinis.

A aluna Amélia escreveu uma informação muito vaga acerca do histograma, não sendo por isso perceptível se conseguiu interpretar o gráfico.

No histograma está representado as classes de idades das mães dos alunos do 9.º ano.

Figura 134: Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pela aluna Amélia.

A aluna Érica identificou as duas classes com maior e menor frequência, respetivamente.



O que eu posso dizer sobre a informação que está representado no histograma é que a maioria das mães tem [35,40] e a menor é a [30,35].

Figura 135: Resolução da questão 2.3 da tarefa 4 pela aluna Érica.

Perante as resoluções incompletas apresentadas pelos alunos, senti necessidade de interpretar este histograma em grande grupo, formulando questões no sentido de os levar a tirar outras conclusões relativas à informação constante na referida representação.

Depois de projetar o histograma e analisar em grande grupo como se construiu, questionei os alunos:

Professora: O que salta logo à vista?

Aluno: Que está ali um espaço em branco.

Professora: ... isso quer dizer que vai corresponder exatamente a quê?

Aluno: Ao zero...

Professora: ...ou seja, à classe com frequência zero. O que quer dizer?

Aluno: ... que não há nenhuma mãe com idade entre os 30 e 35 anos.

Professora: Quem é que quer dizer mais alguma coisa?

Aluno: Podemos também concluir a classe modal ... que é 35 a 40.

Professora: Mas o que é que isso significa em termos de contexto?

Aluno: Que há mais mães com idade entre 35 e 40 anos.

Professora: ... mas falta referir outra coisa importante, diz lá ...

Aluno: Uma mãe tem entre 25 e 30 anos.

Professora: Sim e mais?! ... olhem aqui (apontando para o histograma)

Aluno: dois iguais

Professora: ... o que é que isto significa?

Aluno: Que há 5 mães com idades entre 40 e 45 e que há 5 mães com idade entre 45 e 50.

Professora: Já agora... quantas mães têm idade entre 50 e 55?

Aluno: Duas.

Durante a aula foi perceptível que os alunos têm mais facilidade em comunicar oralmente do que por escrito, dado que conseguiram verbalizar outras conclusões para além das que tinham registado no trabalho de casa.

Na questão 2.4 da tarefa 4 (Figura 136) pretendia-se que os alunos comparassem os dois histogramas que representam a mesma informação, fazendo-se apenas variar a amplitude das classes.

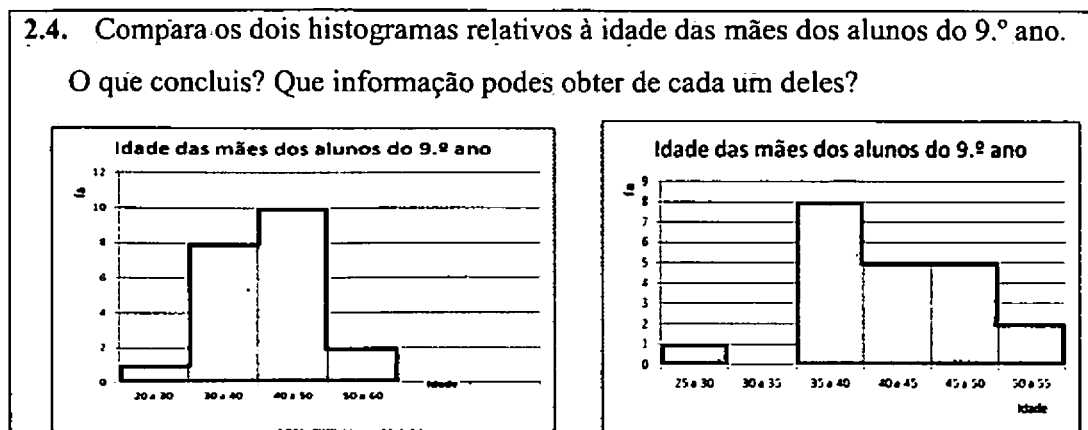


Figura 136: Questão 2.4 da tarefa 4.

Os alunos conseguiram identificar algumas diferenças entre os dois gráficos, no entanto, todas as resoluções apresentadas estavam incompletas. Um dos fatores que poderá ter condicionado as respostas dos alunos tem a ver com o facto de no enunciado da questão não estarem representados os dois histogramas lado a lado. A seguir apresento algumas das resoluções dos alunos.

A aluna Érica apenas referiu duas diferenças gerais entre os dois histogramas: variação da amplitude das classes e a informação comum que representam os dois gráficos (Figura 137).

Os dois histogramas têm a amplitude diferente o 1.º é de 10 em 10 e o 2.º é de 5 em 5. A informação que eu posso obter de cada um deles é que os dois falam da idade das mães.

Figura 137: Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Érica.

Nas duas resoluções seguintes, os alunos não compararam as duas representações mas escreveram apenas algumas das informações que retiraram do segundo gráfico. Assim, a aluna Carla apenas referiu a classe com maior frequência (Figura 138).

Posso concluir que há mais mães com as idades entre os 35 e 40 anos.

Figura 138: Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Carla.

A aluna Adélia identificou a classe com maior frequência e a classe com menor frequência, mas ao escrevê-las não incluiu o extremo superior evidenciando saber que este não faz parte da mesma (Figura 139).

Que há mais mães de 35 a 39 anos e que não há mãe de 30 a 34 anos.

Figura 139: Resolução da questão 2.4 da tarefa 4 pela aluna Adélia.

Na aula, fizemos a discussão do trabalho realizado em casa e para facilitar a comparação dos dois histogramas, projetei-os e solicitei a participação dos alunos, questionando-os:

Professora: O que observam?

Aluno: Um tem mais barras que o outro.

Professora: Porquê?

Aluno: Porque tem mais classes

Professora: E o que podem dizer mais?

Aluno: ... que no último temos mais facilidade em perceber as idades das mães porque mostra de 5 em 5 e o outro era de 10 em 10.

Professora: E o que podemos concluir mais?

Aluno: Uma mãe tem entre 25 e 30 e no outro, uma mãe entre 20 e 30

Professora: E entre 30 e 35, há quantas mães?

Aluno: Nenhuma.

Professora: Então, comparando o que podemos concluir?

Aluno: Há uma mãe com menos de 35 anos.

Observando os dois histogramas em paralelo, os alunos conseguiram acrescentar mais conclusões àquelas que já tinham tirado aquando da realização do trabalho de casa.

4.7.2. Teste final

No que concerne ao subtópico dos histogramas, depois de os alunos terem resolvido tarefas relacionadas com a construção de histogramas e com a sua interpretação, pretendi verificar se fizeram a aprendizagem pretendida.

Na questão 1.2, os alunos teriam que construir o histograma que representasse a informação da tabela de frequências (Figura 140). Esta estava incompleta e portanto a questão anterior pressupunha que a completassem, evidenciando ter compreendido qual a amplitude das classes.

1. A Maria plantou no jardim algumas plantas de espécies variadas. Ao fim de dois meses mediu o comprimento do caule de cada uma e registou os seus valores na tabela seguinte:		
1.2. Constrói um histograma a partir dos dados da tabela anterior.		
Comprimento do caule (cm)	N.º de plantas	Frequência relativa (%)
[0, 8[10	
[8, 16[5	
[16, 24[30	
[24, ___[3	
[__, 40[2	
Total		

Figura 140: Questão 1.2 do teste final.

Analisando as respostas dos alunos (Tabela 13) constatei que 67% conseguiu construir o histograma representativo da informação da tabela de frequências, no entanto, alguns evidenciaram falta de rigor nomeadamente, na designação das variáveis representadas nos eixos coordenados, no título e na escala utilizada.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Constrói corretamente o histograma (com esquecimentos)	7	39%
Constrói o histograma com alguns erros	5	28%
Não responde	6	33%

Tabela 13: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.2 do teste final.

A seguir, apresento algumas das resoluções dos alunos sendo que a primeira está correta (Figura 141) e a segunda tem alguns erros (Figura 142) e a terceira está errada (Figura 143). Em todas estas resoluções, os alunos conseguiram identificar os extremos

das classes que não estavam completas o que evidencia que perceberam como estas são constituídas.

A aluna Luísa fez a construção correta do histograma, no entanto, não legendou os eixos coordenados, possivelmente por esquecimento. Considero que este facto resultou de uma desatenção, pois é perceptível que entende a construção. (Figura 141)

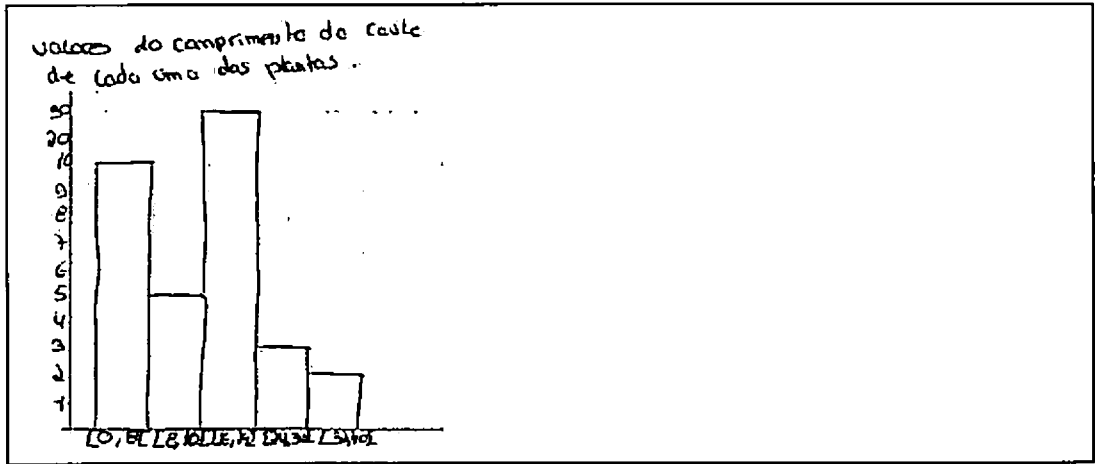


Figura 141: Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Luísa.

A aluna Mara indicou corretamente as variáveis no histograma mas representou as classes no eixo das abcissas com pouco rigor. Além disso, também não utilizou uma escala adequada no eixo das ordenadas, limitando-se a marcar os valores correspondentes às frequências absolutas de cada classe (Figura 142).

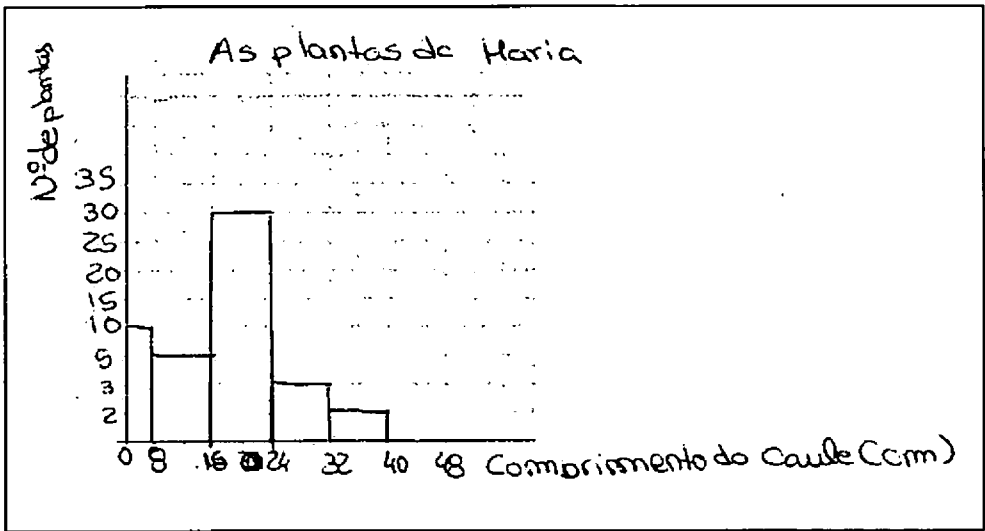


Figura 142: Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Mara.

A aluna Anabela representou o histograma utilizando retângulos não adjacentes e no eixo das ordenadas escreveu o valor das frequências absolutas sem ter fixado uma escala adequada (figura 143). Construindo esta representação, revela não ter compreendido a necessidade de desenhar retângulos adjacentes para transmitir a ideia de continuidade.

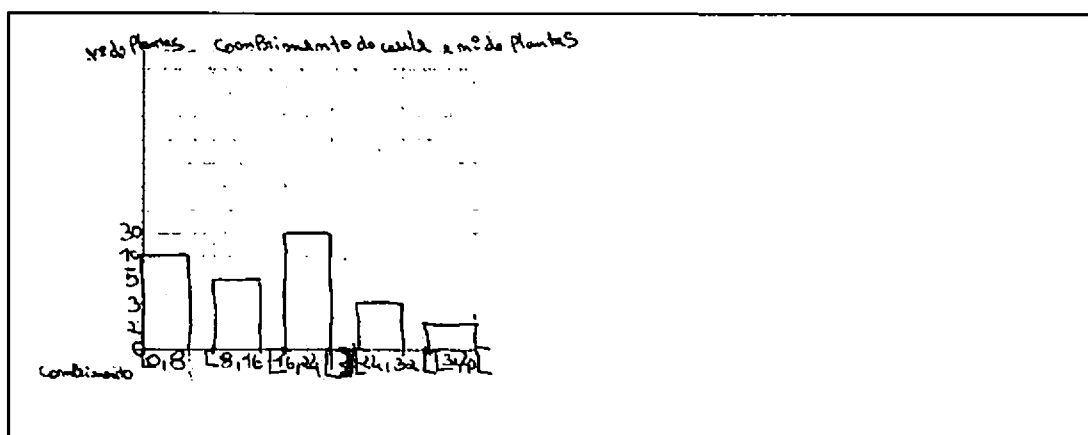


Figura 143: Resolução da questão 1.2 do teste final pela aluna Anabela.

A questão 1.3 (Figura 144) tinha como objetivo a formulação de questões que pudessem ser respondidas com a informação do histograma que os alunos construíram na alínea anterior.

1.3. Formula duas questões que possam ser respondidas com base na informação do gráfico que construiste.

Figura 144: Questão 1.3 do teste final.

Feita a análise das respostas apresentadas, constatei que dos alunos que conseguiram construir o histograma na alínea anterior, apenas 33% conseguiu formular duas questões cujas respostas se obtinham por interpretação do gráfico (Tabela 14). Considero que o insucesso relativo verificado nesta questão poderá estar relacionado com o facto de não terem sido trabalhados nas aulas este tipo de questões. De facto, nas aulas os alunos apenas respondiam a questões com base na informação representada num histograma.

Resposta	N.º de alunos (n=12)	% de alunos
Formula corretamente duas questões	4	33%
Formula corretamente apenas uma questão	5	42%
Não respondeu ou responde incorretamente	3	25%

Tabela 14: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 1.3. do teste final.

A seguir apresento algumas das questões formuladas pelos alunos quer correta quer incorretamente. A aluna Amélia enunciou duas questões, que estavam formuladas com rigor e que poderiam ser respondidas com base no histograma. Esta aluna revela ter compreendido a representação em questão (Figura 145).

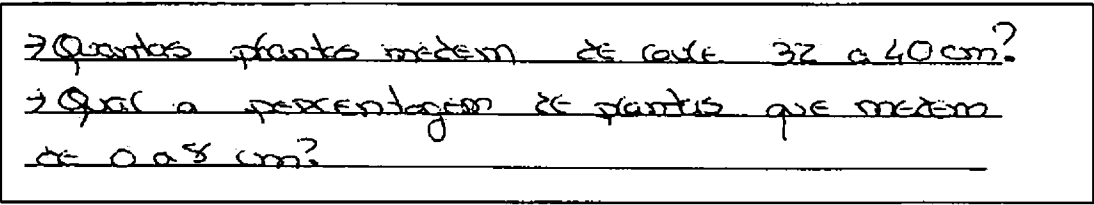


Figura 145: Resolução da questão 1.3 do teste final pela aluna Amélia.

O Dinis formulou duas questões, sendo que apenas a primeira está elaborada de forma clara (Figura 146). Apesar de a segunda pergunta não estar formulada de forma explícita, é perceptível que pretende saber a percentagem de plantas que mede entre 16 e 24 centímetros. O aluno utilizou corretamente uma das representações possíveis para as classes.

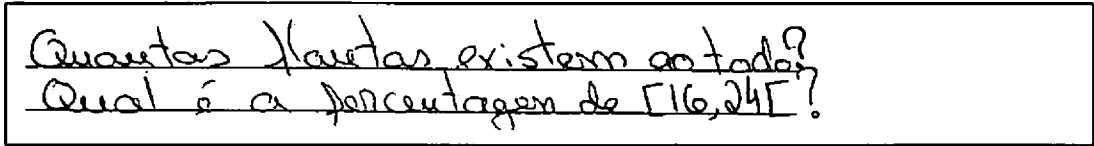
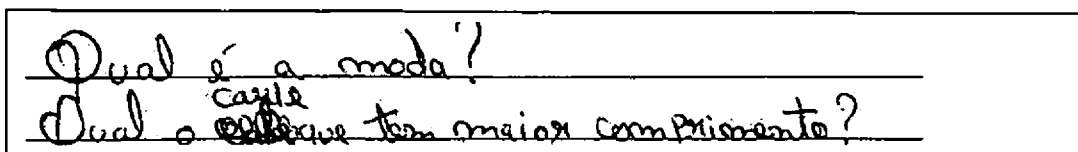


Figura 146: Resolução da questão 1.3 do teste final pelo aluno Dinis.

A aluna Anabela formulou questões em que evidencia não ter compreendido o significado de classe que é utilizado na representação de dados agrupados (Figura 147). Na primeira questão utilizou o termo moda em vez de classe modal. Relativamente à sua segunda questão, não é possível de responder exatamente por não se saber qual é o maior valor que pertence a uma classe.



Qual é a moda?
Qual o ~~valor~~ ^{carro} tem maior comprimento?

Figura 147: Resolução da questão 1.3 do teste final pela aluna Anabela.

4.7.3. SÍNTESE

Os alunos evidenciaram ter compreendido como se constituem as classes e as suas diferentes representações. Nas situações apresentadas foi perceptível que entenderam que dos dois extremos de cada classe, apenas o inferior lhe pertence. Para representar as classes utilizaram sem dificuldade os intervalos fechados à esquerda e abertos à direita e usaram também a representação com os dois extremos ligados pelo artigo “a”.

Os alunos revelaram ter compreendido a construção dos histogramas a partir de uma tabela de frequências, no entanto, mostraram alguma desatenção pois nem sempre escreveram o título do gráfico, nem as variáveis representadas em cada um dos eixos coordenados. Além disso, não definiram escalas adequadas para cada eixo e alguns alunos traçaram retângulos não adjacentes o que revela não terem compreendido que com essa representação pretende-se transmitir a ideia de continuidade, uma vez que se trata de dados agrupados em classes.

Pelas resoluções das tarefas apresentadas é perceptível que os alunos conseguem ler e interpretar os histogramas com relativa facilidade uma vez que respondem corretamente às questões que podem ser respondidas a partir do gráfico. Mostraram também que conseguem elaborar algumas questões que podem ser respondidas com a informação representada num histograma, embora haja situações em que isso não se verifica.

4.8. Diagrama de extremos e quartis

No terceiro ciclo do ensino básico é introduzido o estudo de quartis, amplitude interquartis e diagrama de extremos e quartis como forma de representar os dados. Os alunos devem ser capazes de compreender e determinar os quartis e a amplitude interquartis de um conjunto de dados, e interpretar o seu significado no contexto apresentado (ME, 2007). Além disso, devem utilizar diferentes representações gráficas e comparar as distribuições de vários conjuntos.

Nesta secção serão analisadas as resoluções dos alunos de seis questões integradas em tarefas tendo sido uma delas trabalho de casa, e cinco questões do teste final. As cinco primeiras questões fazem parte da tarefa 6, e a seguinte é uma questão da segunda parte dessa tarefa que foi realizada em casa e que teve como objetivo reforçar o procedimento para o cálculo do valor dos quartis, da amplitude interquartis e do seu significado. As questões integradas na tarefa 6 prendem-se com a compreensão dos conceitos de quartil e amplitude interquartis, bem como com o procedimento para determinar o seu valor e com a explicação do seu significado no contexto em questão. Três das questões relacionam-se com o diagrama de extremos e quartis: construção, interpretação e comparação de distribuições através dessa representação. As questões do teste final permitem averiguar se os alunos compreenderam o procedimento a utilizar para calcular os quartis e a amplitude interquartis e se conseguem explicar o significado dos seus valores no contexto considerado. Além disso, permitem ainda verificar se conseguem interpretar, construir e comparar diagramas de extremos e quartis. Finalmente será apresentada uma síntese que resume as principais aprendizagens realizadas pelos alunos, bem como as dificuldades evidenciadas na resolução das diferentes questões.

4.8.1. Tarefa 6 - Quartis e Diagrama de extremos e quartis

O conceito de quartil foi introduzido, pela primeira vez, com a realização da tarefa seis e recorrendo à definição de mediana que tinha sido estudada pelos alunos, anteriormente.

A escolha do tipo de representação de dados, neste caso o diagrama de caule e folhas, facilitou o trabalho dos alunos pelo facto de os dados estarem ordenados e, além disso, sendo o número total de dados ímpar possibilitou que calculassem a mediana para um número par e para um número ímpar de dados, trabalhando na mesma questão as duas situações.

Na questão 1.2. (Figura 148) pretendia-se que os alunos, a partir do diagrama de caule e folhas, e de acordo com a definição de quartil apresentada no enunciado, determinassem o primeiro e o terceiro quartil e explicassem o significado dos valores encontrados, tendo por base as aprendizagens que realizaram anteriormente relativamente à mediana.

dos alunos do 9.º ano.

2	9
3	6 7 7 7 8 8 8 9
4	1 2 3 4 4 5 6 8 8 9
5	1 2

1.2. Sabendo que o

- **1.º quartil** é a mediana da primeira metade dos dados.
- **3.º quartil** é a mediana da segunda metade dos dados.

Calcula a mediana de cada uma dessas partes e explica o significado dos valores encontrados. Apresenta todos os cálculos.

Figura 148: Questão 1.2 da tarefa 6.

Os alunos realizaram a tarefa, na sala de aula, em pequenos grupos constituídos por dois ou três elementos e com o meu apoio, na medida que no decorrer da aula, fui circulando pelos grupos, esclarecendo as dúvidas e orientando o trabalho.

A seguir apresento as resoluções desta questão de dois grupos de trabalho. O par de alunos Érica e Leonardo reescreveu os dados que já estavam ordenados e identificou a mediana como sendo o centro da distribuição, atendendo ao facto de esta ter um número ímpar de dados (Figura 149). Depois, e de acordo com a definição de quartil que constava no enunciado, determinou o valor da mediana de cada uma das metades, fazendo a média aritmética dos dois valores centrais. Ao tentarem explicar o significado de quartil não o fizeram com rigor, no entanto, é perceptível que compreenderam que o quartil divide a distribuição em quatro partes, fazendo corresponder a cada uma delas cerca de vinte e cinco por cento dos dados. Perante a resposta apresentada, os alunos foram questionados e levados a compreender que, até ao primeiro quartil inclusive está pelo menos 25% da amostra e até ao terceiro quartil inclusive está pelo menos 75% da amostra.

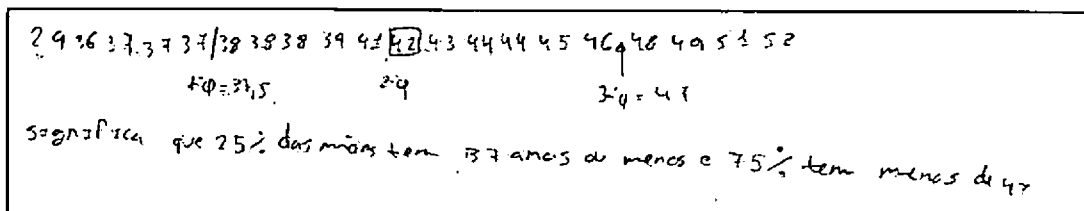


Figura 149: Resolução da questão 1.2 da tarefa 6 pelos alunos Érica e Leonardo.

Este grupo de alunos Amélia, Sara e Belmiro também não revelou quaisquer dificuldades no cálculo dos quartis, pois fez a distinção correta do procedimento a utilizar para determinar o valor central, para o caso de se tratar de um número par ou ímpar de dados (Figura 150). As dificuldades surgiram quando tentaram explicar o significado dos valores encontrados dado que aplicaram o significado de mediana não à distribuição mas a cada uma das partes em que o segundo quartil (mediana) a dividiu.

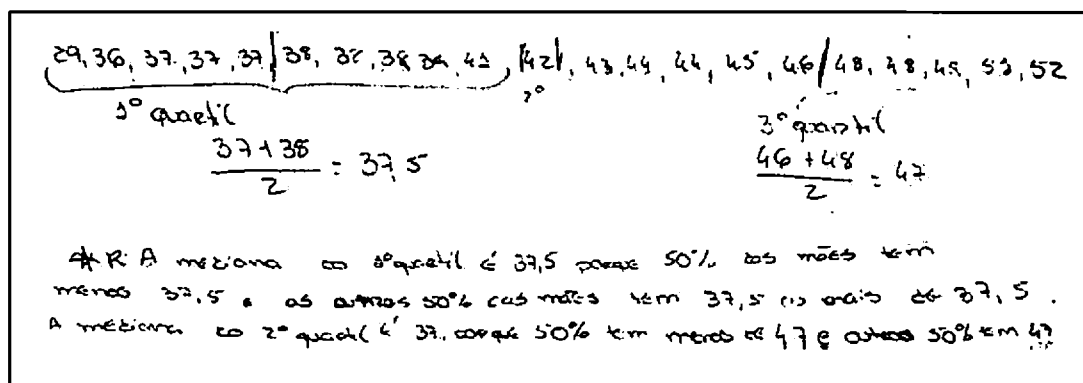


Figura 150: Resolução da questão 1.2 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.

Com a questão 1.3 (Figura 151) pretendia-se introduzir uma nova representação gráfica dos dados, o diagrama de extremos e quartis. Para isso, os alunos foram confrontados com um diagrama em que estavam assinaladas letras às quais tinham de fazer corresponder os respetivos valores dos quartis e dos extremos.

1.3. A representação abaixo designa-se por **diagrama de extremos e quartis**, em que cada uma das letras representa os extremos e os quartis deste conjunto das idades das mães dos alunos do 9.º ano.

Faz corresponder a cada uma das letras os extremos e os quartis.

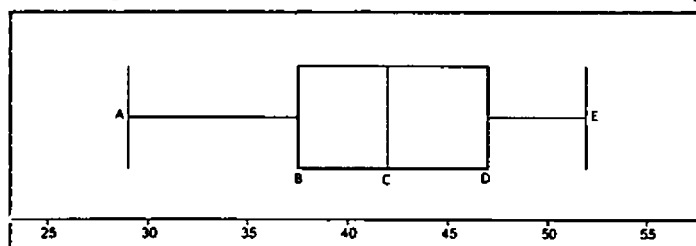


Figura 151 - Questão 1.3 da tarefa 6.

Os alunos conseguiram com relativa facilidade fazer a correspondência entre os valores calculados anteriormente e as letras constantes do diagrama de caule e folhas, tal

como se pode verificar nas duas resoluções apresentadas (Figuras 152 e 153).

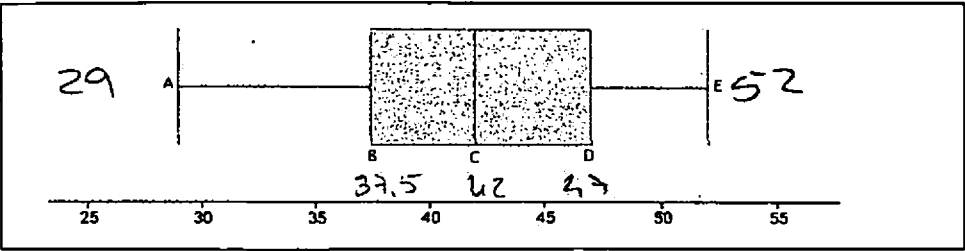


Figura 152 – Resolução da questão 1.3 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.

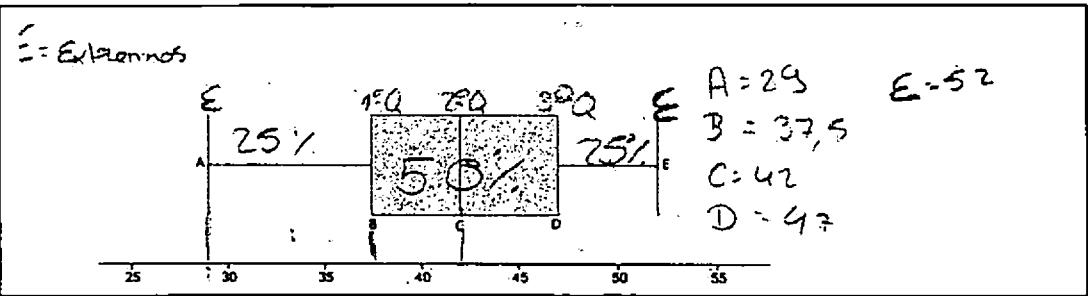


Figura 153: Resolução da questão 1.3 da tarefa 6 pelas alunas Adélia e Vera.

Depois de os alunos visualizarem o diagrama de extremos e quartis e perceberem quais os valores necessários para a sua construção, analisei com eles os passos a seguir para a sua construção (Figura 154). Essa informação consta no manual adotado.

1

Traça uma recta orientada na horizontal (pode ser na vertical) e considera uma escala de modo a marcares o máximo, o mínimo, a mediana, o 1.º quartil e o 3.º quartil.

2

A par da recta orientada, desenha um rectângulo entre o 1.º e o 3.º quartil e coloca um traço para assinalar a posição da mediana.

3

Marca dois segmentos de recta verticais ao lado do rectângulo correspondentes à localização do mínimo e do máximo.

4

Une os pontos médios dos segmentos de recta do mínimo e do 1.º quartil e os pontos médios dos segmentos de recta do máximo e do 3.º quartil.

Figura 154 – Como se constrói o diagrama de extremos e quartis?

Após ter sido feita a correção da questão anterior houve lugar à análise do aspeto gráfico do diagrama de extremos e quartis (Figura 155). Para tal, representaram-se os valores dos dados para que os alunos visualizassem a sua distribuição e assim entendessem melhor a dispersão dos mesmos. Coloquei questões no sentido de levar os alunos a concluir que pelo menos 50% dos dados se situam entre o primeiro e terceiro quartil, do extremo inferior até ao 1.º quartil (inclusive) estão pelo menos 25% dos dados, assim como do 3.º quartil (inclusive) ao extremo superior. Os alunos revelaram ter compreendido a forma como os dados se distribuem e eles próprios tiraram outras conclusões, nomeadamente, que do extremo inferior até ao terceiro quartil (inclusive) estão pelo menos 75% dos dados e que a dispersão dos mesmos varia, podendo ver-se no diagrama onde é maior ou menor.

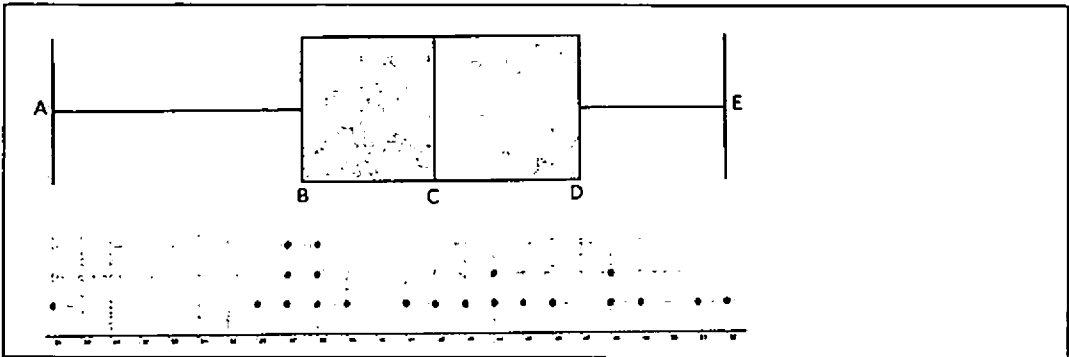


Figura 155: Diagrama de extremos e quartis.

Na sequência das questões anteriores, introduzi o conceito de amplitude interquartis fazendo uma analogia com o de amplitude de uma distribuição. Assim, na questão 1.4 (Figura 156) e uma vez que anteriormente os alunos já tinham calculado o valor dos quartis, teriam apenas que determinar a amplitude interquartis e explicar o seu significado. Constatei que deduziram o procedimento a seguir para encontrar o valor da amplitude interquartis, no entanto, revelaram dificuldades em explicar o seu significado, sendo que muitos nem responderam.

1.4. Determina a amplitude interquartis e explica o seu significado.

Figura 156: Questão 1.4 da tarefa 6.

Os alunos Dora e José aplicaram o procedimento correto para determinar a amplitude interquartis e ao explicarem o significado do valor encontrado é perceptível que têm a noção de que entre o 3.º e o 1.º quartil se situa 50% da distribuição. Revelam, porém, alguma falta de rigor na linguagem que utilizam pois trata-se de pelo menos 50% e não de 50% como estes referem (Figura 157).

$$47 - 37,5 = 9,5$$

é a diferença entre o 3.º Quart e o 1.º Quart
50% das mães tem entre 37,5 e 47.

Figura 157 – Resolução da questão 1.4 da tarefa 6 pelos alunos Dora e José.

Os alunos Amélia, Sara e Belmiro revelaram falta de rigor na indicação da operação que realizaram para determinar a amplitude interquartis, não tendo manifestado sentido crítico face ao que escreveram o que, a meu ver, poderá revelar algum desconhecimento das propriedades operatórias (Figura 158). Além disso, não explicaram o significado do valor encontrado mas do valor de cada quartil, ainda que de uma forma pouco rigorosa pois, fizeram a associação dos quartis: primeiro, segundo e terceiro às percentagens das partes correspondentes, ou seja, 25%, 50% e 75%, respetivamente.

amplitude: $37,5 - 47$
amplitude: 9,5
R. que 25% que 50% das mães têm 37 ou menos anos 50%
das mães têm 42 ou menos anos.
75% das mães têm 47 ou menos anos.

Figura 158 – Resolução da questão 1.4 da tarefa 6 pelos alunos Amélia, Sara e Belmiro.

Depois de os alunos terem observado um diagrama de extremos e quartis, de terem compreendido como se obtém e percebido o seu significado, ou seja, a forma como os dados se distribuem, pretendia-se com a questão 2.1 (Figura 159) que mobilizassem essas aprendizagens e construíssem os diagramas de extremos e quartis representativos das duas tabelas de frequências, do enunciado.

2. Utilizando a informação das tabelas de frequências absolutas:

2.1. Constrói dois diagramas de extremos e quartis que representem o número de horas que os alunos de cada turma ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Apresenta todos os cálculos.

Sugestão: consultar a página 141 do manual.

Número de horas	Frequência absoluta f_a
1	6
2	4
3	3
4	1
5	1
Total	15
Alunos do 7.º ano	

Número de horas	Frequência absoluta f_a
1	5
2	6
3	6
4	1
5	1
6	0
7	0
8	3
Total	22
Alunos do 9.º ano	

Figura 159: Questão 2.1. da tarefa 6.

Os diferentes grupos conseguiram, a partir dos dados organizados em tabelas de frequências, identificar os extremos e determinar os quartis para cada uma das distribuições. Na construção dos diagramas de extremos e quartis revelaram alguma falta de rigor e não atenderam ao facto de que para poderem compará-los precisam utilizar a mesma escala.

A seguir apresento uma resolução que retrata o tipo de respostas comuns aos vários grupos de alunos.

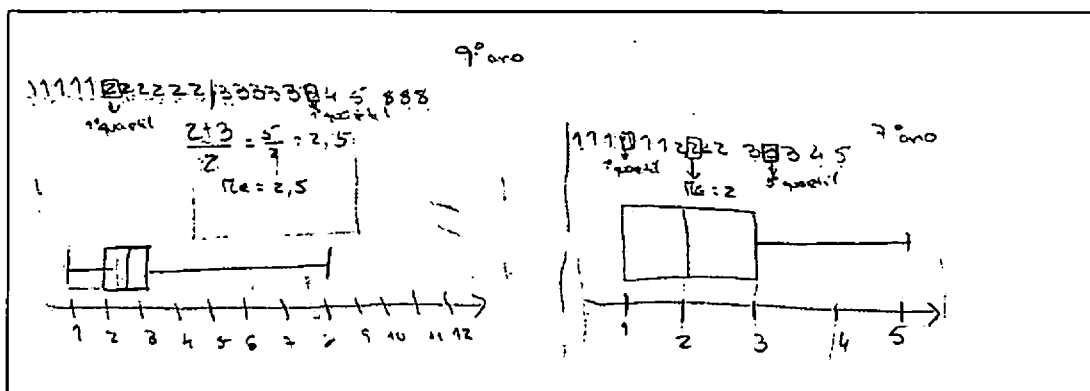


Figura 160 – Resolução da questão 2.1 da tarefa 6.

Na questão 2.2. (Figura 161) os alunos teriam que comparar os dois diagramas de extremos e quartis que representam o número de horas que os alunos do 7.º ano e do 9.º ano ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa.

2.2. Compara os diagramas de extremos e quartis que construístes na alínea anterior e escreve as tuas conclusões.

Figura 161: Questão 2.2 da tarefa 6.

Esta questão foi analisada e discutida em grande grupo depois de, em colaboração com os alunos, ter sido esboçado no quadro os dois diagramas e reforçada a importância de utilizar a mesma escala. Assim, fui colocando questões de modo a levar os alunos a referirem as semelhanças e as diferenças entre a forma como os dados se distribuem, nomeadamente a localização da mediana e dos quartis para as duas distribuições e a maior ou menor dispersão dos dados.

A segunda parte da tarefa 6, resolvida em casa, surgiu na sequência da tarefa 6 e com a alínea 1.6 (Figura 162), pretendendo-se que os alunos relembrassem o cálculo dos quartis e da amplitude interquartis, bem como o seu significado no contexto considerado.

1. Na análise que fizemos da pergunta do questionário: **“Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na internet sem fazer uma pausa?”**, relativamente à turma (7.º ano), não se consideraram as respostas de 6 alunos que responderam “ não se aplica”.

Se fizermos corresponder a esses alunos o valor de zero horas, obtemos uma tabela de frequências absolutas e relativas, como a seguinte:

Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
0	6		28%
1	6		
2	4	0,19	
3	3		
4	1		5%
5	1		
Total	21	1	100%

1.6. Determina o 1.º e o 3.º quartil e a amplitude interquartis. Explica o significado dos valores encontrados.

Figura 162: Questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6.

De um modo geral, os alunos conseguiram determinar os valores pretendidos, o que revela terem compreendido o procedimento a aplicar, no entanto, a maioria não explicou o significado dos valores encontrados. Apresento duas das resoluções surgidas.

O aluno Belmiro escreveu os dados da tabela de frequências e determinou corretamente o valor dos quartis e da amplitude interquartis, no entanto, não explicou o seu significado (Figura 163).

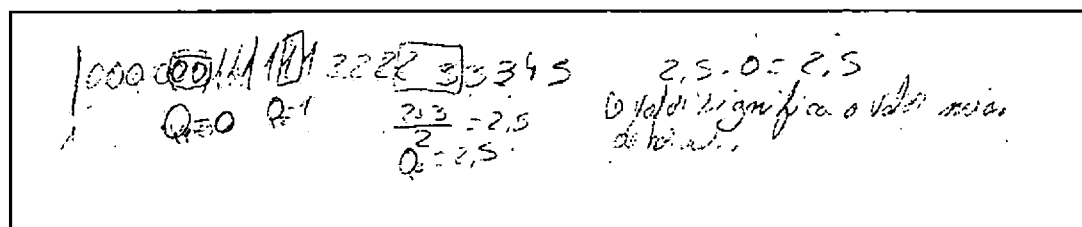


Figura 163 – Resolução da questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6 pelo aluno Belmiro.

A aluna Adélia aplicou corretamente o procedimento para determinar os quartis, no entanto, enganou-se ao calcular o 3.º quartil (Figura 164). Ao explicar o significado dos valores encontrados é perceptível que associa o quartil a 25% da distribuição, mas apenas o faz para o primeiro quartil, ainda que de uma forma pouco rigorosa.

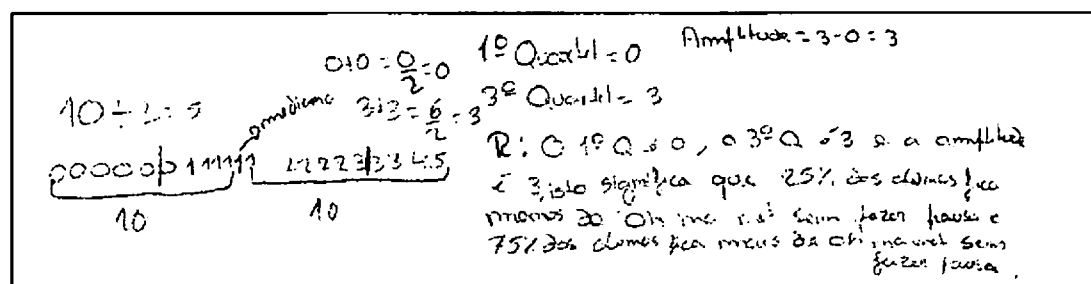


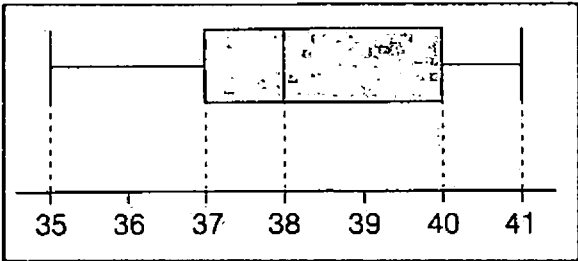
Figura 164 – Resolução da questão 1.6 do T.P.C. da tarefa 6 pela aluna Adélia.

Na aula e perante as dificuldades apresentadas pelos alunos senti necessidade de explorar com eles o significado dos valores dos quartis, bem como do valor da amplitude interquartis. Nesse momento, observei que os alunos revelaram maior facilidade em explicar oralmente os significados do que por escrito.

4.8.2. Teste final

Com a realização do teste final pretendia-se analisar e verificar as aprendizagens dos alunos em relação ao diagrama de extremos e quartis, nomeadamente, ao nível da sua interpretação e construção. Na questão 3 (Figura 165) os alunos tinham de interpretar o diagrama de extremos e quartis, indicar a veracidade das afirmações e comentá-las.

3. O diagrama de extremos e quartis da figura representa a distribuição dos tamanhos dos sapatos dos 28 alunos de uma turma do 7.º ano.



Comenta as afirmações seguintes:

3.1. Há mais alunos cujo número do calçado está entre 35 e 37 que entre 37 e 38.

3.2. 30% dos alunos calçam o número 40 ou 41.

3.3. Cerca de 14 alunos calçam sapatos com o número entre 37 e 40.

3.4. O número médio dos tamanhos dos sapatos é 38.

Figura 165: Questão 3 do teste final.

Feita a análise das resoluções dos alunos (Tabela 15), conclui que as questões 3.2 e 3.3. foram as que tiveram mais respostas válidas, o que considero que poderá estar relacionado com a associação que fazem aos quartis, ou seja, que os quartis dividem a distribuição em quarto partes e que, portanto, a cada parte corresponde 25% dos dados.

Em muitas das respostas aparece apenas o valor lógico da afirmação, o que poderá estar relacionado com a dificuldade que os alunos têm em justificar por escrito as suas respostas.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Responde corretamente à alínea 3.1	6	33%
Responde corretamente à alínea 3.2	10	56%
Responde corretamente à alínea 3.3	13	72%
Responde corretamente à alínea 3.4	4	22%

Tabela 15: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 3 do teste final.

A seguir apresento exemplos de resolução para cada uma das questões (Figuras 166, 167, 168 e 169). Em todas elas é perceptível que o aluno parece ter compreendido a afirmação e com base na interpretação que fez do diagrama, comentou-a de uma forma correta.

Esta afirmação é falsa, porque entre 35 e 37 e 37 e 38 não iguais, porque têm os mesmo valor, ou seja, 25%.

Figura 166 – Resolução da questão 3.1 do teste final pela aluna Amélia.

Não pois são 25% dos alunos e não 30%.

Figura 167 – Resolução da questão 3.2 do teste final pelo aluno Leonardo.

F, porque a partir do 3º quartil é 25%.

Figura 168 – Resolução da questão 3.3 do teste final pelo aluno Belmiro.

Sim porque é a mediana

Figura 169 – Resolução da questão 3.4 do teste final pelo aluno Vasco.

Na alínea 4.3 (Figura 170) os alunos tinham que, a partir do gráfico de barras, indicar o valor dos extremos e determinar os três quartis, apresentando o raciocínio.

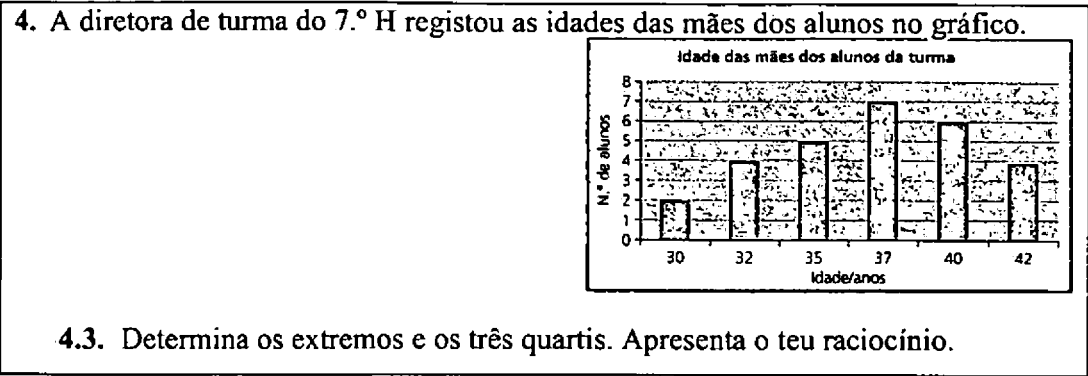


Figura 170: Questão 4.3 do teste final.

Depois de analisar as respostas apresentadas (Tabela 16), conclui que 78% dos alunos conseguiu determinar pelo menos um dos valores pretendidos, sendo que apenas 33% calcularam todos. Considero que a diferença entre as percentagens de respostas poderá estar relacionada com a distração dos alunos pois muitos deles indicaram os extremos, ou seja, responderam apenas à primeira parte da questão e outros enganaram-se a determinar pelo menos um dos quartis.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Determina corretamente todos os valores.	6	33%
Determina corretamente apenas alguns valores.	8	45%
Não responde ou responde incorretamente.	4	22%

Tabela 16: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.3 do teste final.

O aluno José a partir do gráfico de barras, escreveu por ordem crescente os dados, determinou corretamente os valores dos quartis e indicou os extremos da distribuição.

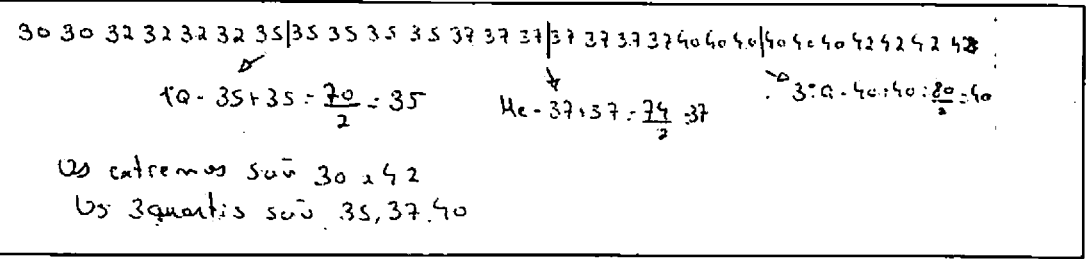


Figura 171 – Resolução da questão 4.3 do teste final pelo aluno José.

A aluna Luísa começou por ordenar os dados mas, possivelmente por distração escreveu vinte e seis valores em vez de vinte e oito. Indicou corretamente os extremos, associando-os aos valores máximo e mínimo, e determinou o valor da mediana. No entanto, para determinar o 1.º e o 3.º quartis, a aluna excluiu de cada uma das metades o valor que utilizou para calcular a mediana, o que está incorreto.

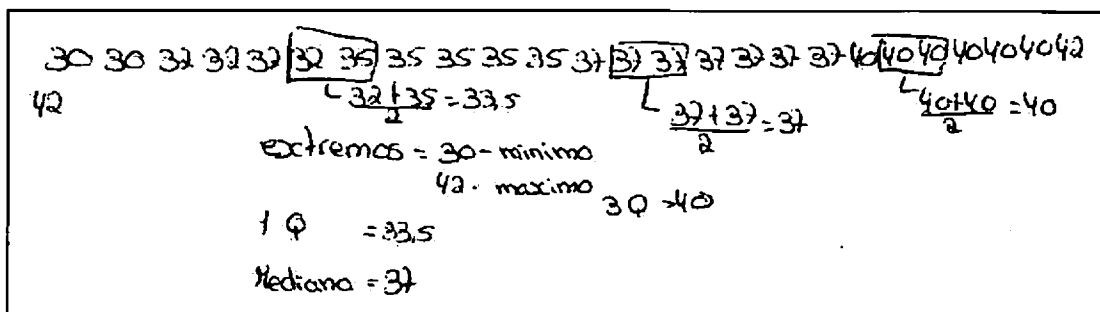


Figura 172 – Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Luísa.

A aluna Anabela apenas respondeu à primeira parte da questão, possivelmente por uma desatenção (Figura 173).

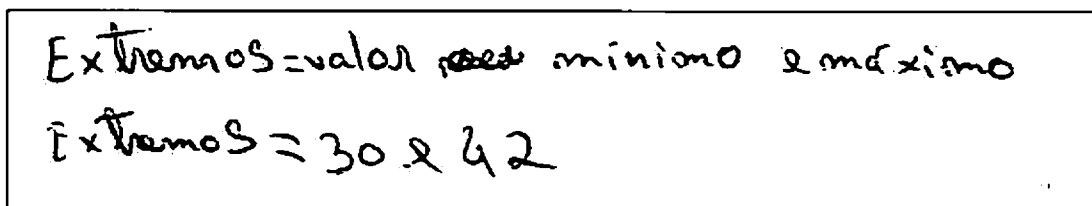


Figura 173 – Resolução da questão 4.3 do teste final pela aluna Anabela.

Na alínea 4.4 (Figura 174) pretendia-se que os alunos construíssem um diagrama de extremos e quartis representativo da forma como a idade das mães dos alunos da turma se distribui, devendo para tal utilizar os valores dos extremos e dos quartis determinados na alínea anterior.

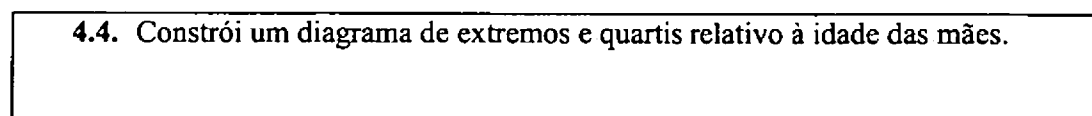


Figura 174: Questão 4.4 do teste final.

Feita a análise das respostas apresentadas, constatei que 56% dos alunos evidenciou ter compreendido a construção do diagrama (Tabela 17). No entanto, alguns

fizeram-na com algumas incorreções sendo a mais frequente a marcação dos extremos e dos quartis no eixo em que não definiram a escala a utilizar.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Constrói corretamente o diagrama	3	17%
Constrói o diagrama com algumas incorreções	7	39%
Constrói incorretamente o diagrama ou não constrói	8	44%

Tabela 17: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 4.4 do teste final.

Os alunos evidenciaram ter desenvolvido uma noção geral de como se constrói um diagrama de extremos e quartis mas, na sua maioria, sem rigor. A seguir apresento resoluções representativas das apresentadas pelos alunos. O aluno José seguiu corretamente as etapas de construção do diagrama (Figura 175).

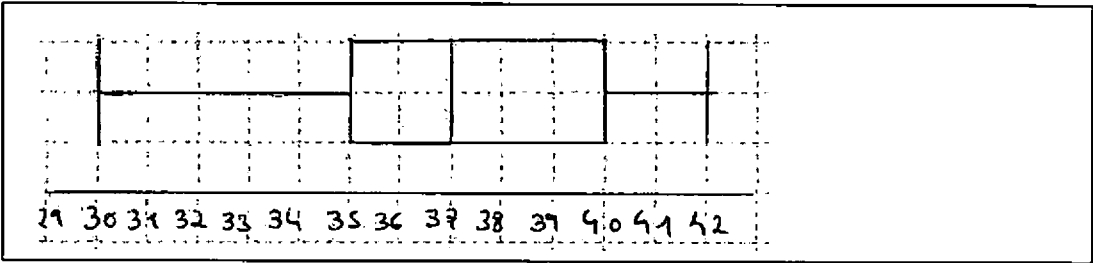


Figura 175 – Resolução da questão 4.4 do teste final pelo aluno José.

A resolução da aluna Adélia é representativa do erro mais frequente, ou seja, a marcação dos valores no eixo sem atender a uma escala previamente definida.

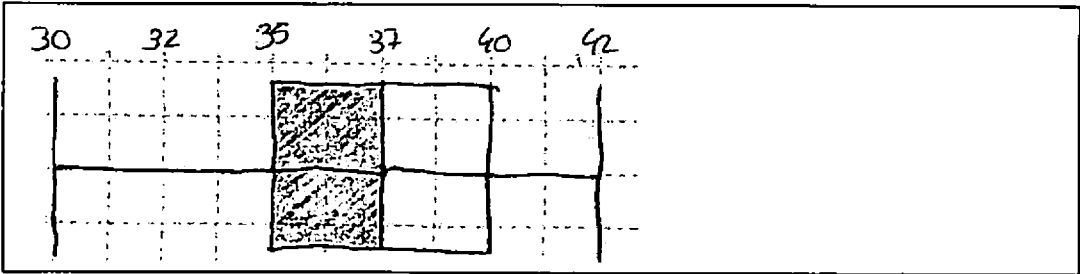


Figura 176 – Resolução da questão 4.4 do teste final pela aluna Adélia.

A resolução apresentada pela aluna Luísa (Figura 177) é exemplificativa de várias construções apresentadas, em que o erro decorreu de os alunos terem determinado incorretamente alguns dos valores dos extremos e/ou dos quartis, necessários para a

construção do diagrama e, também, de não terem fixado uma escala para marcar os valores.

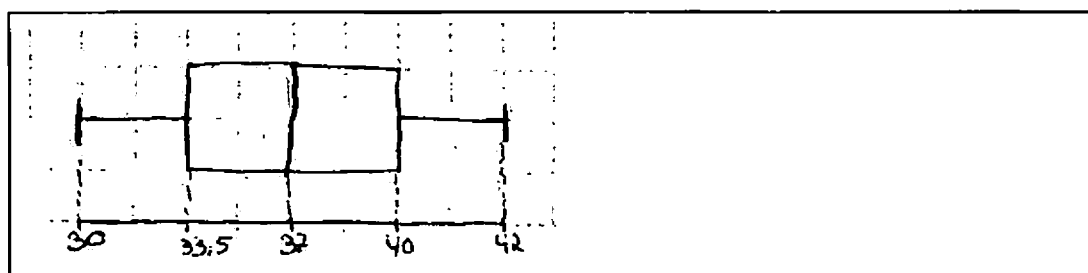


Figura 177 – Resolução da questão 4.4 do teste final pela aluna Luísa.

A questão 4.5 (Figura 178) tinha por objetivo o cálculo da amplitude interquartis e a explicação do seu significado.

4.5. Determina a amplitude interquartis e explica o seu significado.

Figura 178: Questão 4.5. do teste final.

Analisando as respostas apresentadas (Tabela 18), concluí que os alunos não compreenderam o significado da amplitude interquartis e que apenas 39% determinou corretamente o valor pretendido. Alguns alunos confundiram a amplitude interquartis com a amplitude da distribuição, o que a meu ver poderá estar relacionado com falta de atenção.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Determina a amplitude interquartis e explica o seu significado	1	6%
Determina apenas a amplitude interquartis	6	33%
Responde incorretamente ou não responde	11	61%

Tabela 18: Respostas apresentadas pelos alunos à alínea 4.5 do teste final.

As resoluções que apresento de seguida ilustram os erros mais frequentes. Por exemplo, o aluno Leonardo determinou corretamente a amplitude interquartis, fazendo a diferença entre o valor do terceiro quartil e o do primeiro quartil (Figura 179). Na explicação do significado do valor é perceptível que compreende que, naquele intervalo de

amplitude 5, estão 50% das mães com idades entre os 35 e 40 anos, apesar de o fazer de uma forma pouco explícita.

A amplitude interquartis é 5 pois $40 - 35 = 5$ e seu significado é que entre o 1º quartil e o 3º quartil (equivale 50%) há uma diferença de 5.

Figura 179 – Resolução da questão 4.5 do teste final pelo aluno Leonardo.

A aluna Adélia calculou corretamente o valor pretendido, no entanto, encarou a explicação do significado da amplitude interquartis como sendo a explicação do procedimento para obter esse valor (Figura 180).

$40 - 35 = 5$ O número 5 significa que a diferença entre os quartis é 5.
 $\downarrow \quad \downarrow$
 3ºQ 1ºQ

Figura 180 – Resolução da questão 4.5 do teste final pela aluna Adélia.

A resolução apresentada pela aluna Luísa (Figura 181) é exemplificativa da confusão que alguns alunos fizeram entre amplitude interquartis e amplitude da distribuição.

30 - mínimo $42 - 30 = 12$
 42 - máximo
 $R =$ A amplitude interquartis é de 12.

Figura 181 – Resolução da alínea 4.5 do teste final pela aluna Luísa.

A questão 7 (Figura 182) tinha como objetivo a comparação entre as distribuições das classificações obtidas, pelos alunos de duas turmas, num teste de matemática. Assim, a partir dos diagramas, os alunos deveriam realçar as diferenças entre as duas distribuições.

7. Compara as distribuições das classificações obtidas pelos alunos de duas turmas num teste de matemática com base nos diagramas de extremos e quartis apresentados na figura.

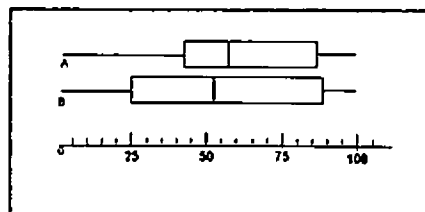


Figura 182: Questão 7 do teste final.

Depois de analisar as respostas (Tabela 19) conclui que os alunos se limitaram a escrever algumas diferenças entre as duas distribuições e, portanto, 56% das respostas apresentadas estavam incompletas. Os alunos quase nunca salientaram a localização da mediana nem dos outros quartis e, também, não compararam a dispersão dos dados.

Resposta	N.º de alunos (n=18)	% de alunos
Apresenta uma resposta correta mas incompleta	10	56%
Responde incorretamente ou não responde	8	44%

Tabela 19: Respostas apresentadas pelos alunos à questão 7 do teste final.

A aluna Amélia considerou erradamente os extremos das distribuições, ou seja, a nota mínima e máxima, correspondem ao 1.º e 3.º quartis, respetivamente (Figura 183). Além disso, não percebeu que a escala utilizada é de 5 em 5 e assim errou as classificações à exceção do 1.º quartil da turma B. Referiu que as notas da turma A são mais elevadas mas não justificou esta conclusão.

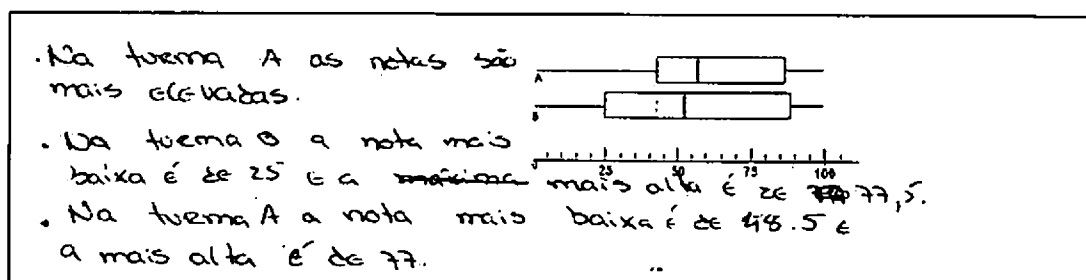


Figura 183 – Resolução da questão 7 do teste final pela aluna Amélia.

O aluno José comparou o 1.º e o 3.º quartis entre as duas distribuições e, de acordo com essa análise, concluiu que a turma A tem melhores notas que a turma B (Figura 184).

No entanto, não percebeu que escala foi utilizada na construção dos diagramas e, por isso, errou a determinação das classificações correspondentes aos quartis, à exceção do 1.º quartil da turma B que corresponde inequivocamente a 25.

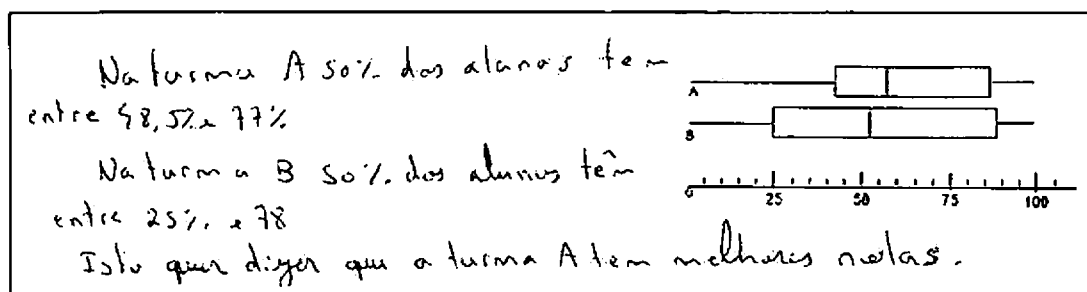


Figura 184 – Resolução da questão 7 do teste final pelo aluno José.

O aluno Leonardo identificou corretamente os extremos que, neste caso, coincidem e portanto é um dado pouco relevante. Referiu ainda que as notas da turma B estão mais expandidas mas não explicou o que isso significa. E comparou o valor das medianas sem explicar o seu significado no contexto apresentado (Figura 185).

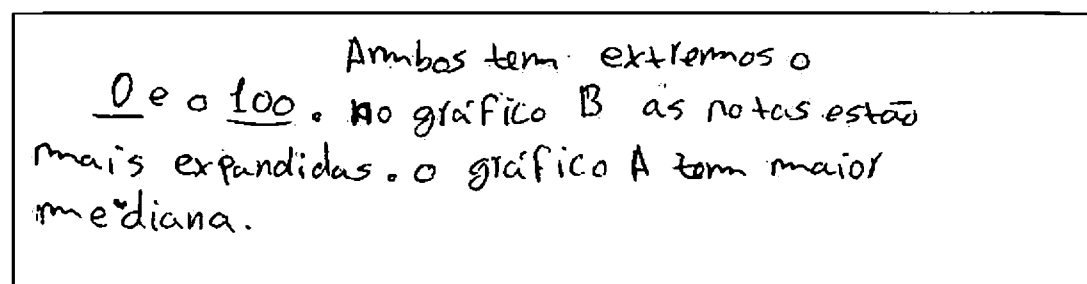


Figura 185 – Resolução da questão 7 do teste final pelo aluno Leonardo.

4.8.3. SÍNTESE

No decorrer das aulas e com a realização das tarefas, os alunos aprenderam com relativa facilidade a definição de quartil e de amplitude interquartis associados ao de mediana e de amplitude da distribuição, respetivamente, bem como os procedimentos a utilizar para os determinar. No entanto, evidenciaram algumas dificuldades em explicar o seu significado, tal como já se tinha verificado aquando da aprendizagem da mediana.

Para além disso, foi-lhes apresentada uma nova forma de representar os dados, diagrama de extremos e quartis, que depois de terem compreendido como se constrói, passaram à etapa de o construir a partir dos dados organizados em tabelas de frequências

e de gráficos. Nessa etapa foi evidente que compreenderam como se constrói apesar de o terem feito com pouco rigor sobretudo na escala utilizada.

Apesar de os alunos identificarem corretamente os valores que aparecem no diagrama de extremos e quartis, e compreenderem o seu significado evidenciam algumas dificuldades em estabelecer a comparação entre duas distribuições representadas nessa forma.

Capítulo 5

Reflexão sobre o trabalho realizado

Neste capítulo, começo por apresentar as conclusões do estudo tendo em conta os objetivos definidos e as questões inicialmente formuladas, referindo a compreensão e dificuldades evidenciadas pelos alunos em relação às medidas estatísticas, representações gráficas e interpretação de dados. De seguida, faço uma breve reflexão pessoal sobre o contributo da realização deste trabalho para o meu desenvolvimento profissional.

5.1. Conclusões do estudo

Nesta secção apresento as principais conclusões relativas ao objetivo do estudo e em função das questões inicialmente formuladas, referindo a compreensão que os alunos revelam das medidas estatísticas, dos histogramas e dos diagramas de extremos e quartis, assim como as dificuldades que manifestam relativamente às medidas estatísticas e representações referidas e à sua utilização na interpretação de dados.

Durante a resolução das tarefas e no teste final, os alunos evidenciaram que consolidaram o conceito de *moda*, mostrando ser capazes de determiná-la e interpretar o seu significado em situações concretas, de acordo com as orientações do programa (ME, 2007). Os alunos definem a moda como sendo o valor mais frequente da variável estatística em estudo ou o que corresponde ao máximo no gráfico de barras (Cobo, 2003). Estabelecendo a comparação entre as medidas estatísticas, evidenciaram ter compreendido que a moda é a única que tem a particularidade de se aplicar a variáveis qualitativas, de poder não existir ou existindo poder não ser única, e além disso, é a única que, quando existe, coincide sempre com o(s) dado(s). Concluíram que, tal como a média e a mediana, a moda pode alterar-se quando se altera a distribuição com a inclusão, exclusão ou substituição de dados. Pelas resoluções apresentadas é perceptível que os alunos compreenderam o conceito de classe modal, pois identificaram-na corretamente a partir de dados organizados em histogramas e tabelas de frequências, utilizando diferentes notações (intervalos fechados à esquerda e abertos à direita e os extremos ligados pelo artigo “a”) e compreenderam que dos dois extremos apenas o extremo inferior lhe

pertence. Além disso, explicaram o significado de classe modal de acordo com o contexto.

Revelaram saber que a amplitude da classe corresponde à diferença entre os extremos (superior e inferior) e que a alteração dessa amplitude tem influência no aspeto do histograma e na respetiva classe modal.

Nas primeiras aulas da Unidade de Ensino, incidindo sobre o Tratamento de dados, os alunos associavam a *média* ao resultado de um cálculo, que segundo Cobo (2003) é uma das perspetivas que também se aplica à mediana e à média. Quando chamados a calcular o valor da média, os alunos fizeram-no de forma correta, no entanto, revelaram dificuldade em explicar o seu significado no contexto considerado, aspeto também referido por Fernandes, Carvalho e Correia (2011). Esta situação foi sendo trabalhada ao longo das tarefas, tendo-se registado uma evolução significativa. Mostraram entender a informação que lhes foi apresentada de diferentes formas (tabelas e gráficos de barras), tendo conseguido calcular corretamente o valor da média, na maioria das vezes. Nas questões em que se solicitava o valor da média para uma distribuição que se obtinha de outra com a inclusão de novos dados, os alunos utilizaram a soma calculada anteriormente, tendo percebido que este método se torna vantajoso. Os alunos revelaram dificuldades em comparar e tirar conclusões acerca dos diferentes valores encontrados para a média de duas distribuições.

De acordo com o programa vigente na altura (ME, 2007), os alunos devem compreender o conceito de *mediana*, o procedimento para determinar o seu valor e interpretar o seu significado no contexto. Aquando da resolução das tarefas em sala de aula, os alunos mostraram que compreenderam o conceito de mediana e o procedimento para determinar o seu valor, começando sempre por escrever os dados por ordem crescente ou decrescente. No entanto, no teste final, contrariamente ao que faziam na aula, alguns alunos não ordenaram os dados para determinar o valor da mediana, o que poderá estar relacionado com falta de atenção ou com a forma como os dados foram apresentados.

Nas diferentes questões em que foi solicitado aos alunos a explicação do significado de mediana, estes mostraram dificuldades em fazê-lo, aspeto que Fernandes, Carvalho e Ribeiro (2007) também referem. Este facto está relacionado com o número de dados da distribuição ser par ou ímpar e com os valores que se encontram no centro da distribuição. Pela prestação dos alunos, é notório que compreenderam que o valor da

mediana não coincide com um dos dados, quando a distribuição tem um número par de dados e os dois valores centrais são diferentes. Considero que a sua prestação na explicação de significados foi condicionada pelo facto de os alunos não estarem habituados a justificar todos os seus raciocínios e também pela formulação sofisticada que a descrição da mediana exige, tendo em conta o nível de escolaridade destes alunos. Verifico que esta dimensão deve continuar a ser trabalhada nas aulas.

Pela análise que fiz, constatei que o facto de no decorrer das aulas não ter trabalhado raciocínios inversos influenciou a fraca prestação dos alunos quando confrontados com questões desse tipo. Numa próxima abordagem da Unidade de Ensino, deverei apresentar questões em que os alunos tenham de alterar a distribuição para que a mediana seja o valor predefinido.

Algumas generalizações incorretas que os alunos fizeram poderão ter decorrido da formulação de algumas questões integradas na tarefa da mediana. Neste sentido considero importante testar as tarefas, certificando-nos que não induzirão os alunos a conclusões distorcidas ou, pelo menos, o professor deve estar atento a estas situações e discuti-las com os alunos.

No quadro do programa vigente neste ano letivo (ME, 2007), os alunos devem ser capazes de *escolher a medida mais adequada* para descrever uma distribuição e apresentar uma justificação válida. Em algumas das questões apresentadas, os alunos conseguiram escolher a medida estatística (média, moda ou mediana) mais adequada para caracterizar uma distribuição, no entanto, revelaram dificuldades em fundamentar a sua opção, aspeto também referido por Fernandes, Carvalho e Correia (2011). Os alunos manifestam dificuldades em relacionar o valor da média com o da mediana de uma determinada distribuição, atendendo ao contexto. Considero que estas questões devem ser mais trabalhadas nas aulas, dada a sua complexidade e a dificuldade manifestada pelos alunos na apresentação de argumentos válidos.

Nas questões em que tiveram de ler e interpretar os *histogramas*, os alunos revelaram compreender a informação neles apresentada, pois responderam corretamente às questões colocadas. Além disso, muitos alunos conseguiram elaborar questões que podem ser respondidas com base no histograma. Em relação à construção destes gráficos a partir dos dados organizados em tabelas de frequências, os alunos também evidenciaram tê-la percebido, no entanto, nas suas construções revelaram falta de atenção, uma vez que nem sempre escreveram o título do gráfico, identificaram as variáveis representadas nos

eixos coordenados ou definiram escalas adequadas. Grande parte dos alunos evidenciou ter compreendido que os retângulos adjacentes transmitem a ideia de continuidade por se tratar de dados agrupados em classes.

Aquando da realização das tarefas, os alunos mostraram ter compreendido a definição de *quartil e de amplitude interquartis*, bem como os procedimentos a utilizar para os determinar. No entanto, nas questões em que tinham de explicar o seu significado no contexto demonstraram algumas dificuldades, que poderão estar relacionadas com a linguagem e agravadas possivelmente pela falta de hábito em apresentar justificações.

Na primeira abordagem que os alunos tiveram com o *diagrama de extremos e quartis* revelaram ter compreendido a informação representada, bem como a sequência das etapas a seguir para o construir. No entanto, quando tiveram que fazer a construção de um *diagrama de extremos e quartis* a partir dos dados organizados em tabelas de frequências e gráficos evidenciaram alguma falta de rigor. Nas questões de interpretação da referida representação gráfica os alunos evidenciaram algumas dificuldades, assim como nas de comparação de duas distribuições ambas representadas por diagramas de extremos e quartis, apesar de conseguirem identificar os extremos e os quartis e em cada representação. Pela experiência que tive no decorrer das aulas, considero que a referida situação poderá ser minimizada proporcionando aos alunos mais situações de interpretação e comparação que tenham significado para eles e que permitam reforçar as aprendizagens.

Em termos globais, considero que apesar de os objetivos de aprendizagem para esta Unidade de Ensino serem bastante exigentes, os alunos realizaram muitas das aprendizagens pretendidas tendo, no entanto, algumas delas ficado aquém do esperado. É de referir ainda que, há evidência de que os alunos não revelam sempre consistências nas aprendizagens, registando-se avanços e recuos ao longo da realização das tarefas. O facto de os alunos não estarem habituados a justificar as suas respostas por escrito e a refletir sobre os significados teve implicações no seu desempenho.

Na minha perspetiva, considero importante continuar a trabalhar com os alunos a apresentação e explicação de argumentos válidos para sustentar as suas respostas, bem como a utilizar diferentes representações para que as relacionem e interpretem os dados a partir delas. Além disso, considero importante colocar questões que envolvem a escolha e comparação das medidas estatísticas pois proporcionam reflexão e um melhor

entendimento das suas propriedades, permitindo, ainda, ao professor compreender melhor as dificuldades dos alunos.

5.2. Reflexão final

A concretização deste trabalho que abrange a experiência de ensino da Unidade relativa ao *Tratamento de dados* e a realização do estudo, permitiu que assumisse o duplo papel de professora e investigadora, o que nem sempre foi fácil de conciliar, nomeadamente, na fase de recolha de dados. Estes foram recolhidos durante as aulas o que se tornou bastante exigente. Pela análise que fui fazendo das dificuldades evidenciadas pelos alunos procurei dar-lhes resposta, ajudando-os a construir o seu próprio conhecimento estatístico. No papel de investigadora senti como grande desafio o processo de análise dos dados e sua categorização, devido ao aglomerado de resoluções dos alunos e pela enorme quantidade de registos vídeo e áudio que foram gerados.

Além disso, o facto de ter concluído a parte curricular do mestrado há cerca de cinco anos constituiu um constrangimento na delineação de todo o processo de investigação, nomeadamente, na formulação das questões, revisão de literatura, planificação da investigação, análise de dados e elaboração das conclusões, tanto mais, que enveredei por um tema e uma metodologia de investigação diferentes do que tinha planeado na altura.

Durante o estudo foi a primeira vez, desde a implementação do programa vigente no momento da realização do presente estudo, que planifiquei a referida Unidade de Ensino, tendo por isso que analisar e refletir sobre os objetivos de aprendizagem e as orientações metodológicas nele definidas. Atendendo às indicações do programa, senti necessidade de aprofundar os meus conhecimentos ao nível dos conteúdos programáticos, repensar a planificação das aulas, elaboração de tarefas e metodologia de trabalho com os alunos.

Considero que o facto de os alunos terem realizado uma investigação estatística que teve como ponto de partida uma notícia atual do seu interesse, impulsionou o seu envolvimento na realização de toda a sequência de tarefas. Além disso, penso que por terem participado na elaboração do questionário que foi utilizado para recolher os dados, respondido a esse questionário, resolvido as tarefas construídas com os dados reais recolhidos por eles, terá contribuído para uma melhor compreensão dos conceitos e

significados estatísticos. A referida sequência de tarefas que elaborei permitiu que os alunos trabalhassem com dados reais obtidos das respostas ao inquérito, aplicado a duas turmas, e dessa forma ampliassem o estudo da organização e tratamento de dados, iniciado nos ciclos anteriores. A preparação da sequência de tarefas foi um trabalho muito exigente porque foi sendo construída com os dados reais que resultaram da aplicação do inquérito e com o objetivo de encadear as várias etapas do estudo estatístico e permitir uma aprendizagem efetiva das formas de organizar, representar e interpretar dados estatísticos.

Uma das outras dificuldades que senti na realização deste trabalho prende-se com a gestão do tempo, pois o facto de os alunos terem realizado a investigação estatística trabalhando sempre em grupo ou a pares, implicou uma resolução mais morosa das tarefas o que resultou numa escassez de tempo para realizar outras tarefas de reforço das aprendizagens. Futuramente, poderei apoiar-me nesta experiência de ensino e reformular as tarefas de modo a ir ao encontro das dificuldades dos alunos.

Este estudo constituiu uma mais-valia para o meu desempenho profissional enquanto professora, pois despoletou em mim uma grande curiosidade em aprofundar os meus conhecimentos estatísticos e implementar as orientações metodológicas propostas. Ao longo da realização deste trabalho fiz muitas aprendizagens relativamente a conceitos e procedimentos estatísticos que nunca tinha lecionado antes e refleti sobre os significados e a interpretação de dados. Refleti ainda sobre o processo ensino-aprendizagem, nomeadamente, no que se refere à importância da sequência de tarefas a aplicar para que ocorra uma aprendizagem efetiva e às dificuldades manifestadas pelos alunos na explicação dos seus raciocínios.

A realização deste trabalho contribuiu para ser uma professora mais atenta à atividade desenvolvida pelos alunos e mais desperta para as suas dificuldades, que nem sempre são exteriorizadas em tempo útil, na compreensão de conceitos e significados estatística bem como representação e interpretação de dados.

Referências

- Batanero, C. (2000). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. UNO, 25, 41-58.
- Canavarro, A. P. (2012). Desenvolver a literacia estatística: Como são os hábitos dos alunos do 2.º ciclo? *Educação e Matemática*, 120, 9 – 15.
- Cobo, B. (2003). *Significado del las medidas de posición central para los estudiantes de Secundária*. (Tese de Doutoramento). Universidade de Granada.
- Fernandes, J.A. (2009). Ensino e aprendizagem da Estatística: Realidades e desafios. In *Atas do XIX EIEM: Números e Estatística*. Vila Real.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Correia, P. (2011). Contributo para a caracterização do ensino da Estatística nas escolas. *Bolema*, 24(39), 585-606.
- Fernandes, J. A., Carvalho, C., & Ribeiro, S. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *ZETETIKÉ*, 15, 27-61.
- Gregório, H. M. (2012). *O desenvolvimento da literacia estatística no 5.º ano. O contributo de uma unidade de ensino* (Tese de mestrado, não publicada). Universidade de Lisboa.
- Henriques, A., & Oliveira, H. (2012). Investigações estatísticas: um caminho a seguir? *Educação e Matemática*, 120, 3 – 8.
- Martins, M. E., & Ponte, J. P. (2010). *Organização e Tratamento de Dados*. Lisboa: ME –DGIDC.
- Ministério da Educação (1991). *Programa de Matemática – Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem – 3.º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: DGEBS.
- Ministério da Educação (2001). *Curriculo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: DEB.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM (publicado originalmente em inglês em 2000).
- Ribeiro, S. (2005). O ensino da estatística no 7.º ano de escolaridade. Caracterização das dificuldade sentidas pelos professores. (Dissertação de mestrado, não publicada). Universidade do Minho.

Anexo 1

Pedidos de autorização para a realização do trabalho

Exma. Sra.

Diretora do Agrupamento de Escolas Ruy Belo

Eu, Sandra Isabel Raposeiro Cadima, professora profissionalizada no grupo 500, do Quadro de Nomeação Definitiva da Zona Pedagógica de Lisboa Ocidental, venho por este meio solicitar autorização para concretizar na escola E.B.2, 3 Ruy Belo, o trabalho intitulado *“Tratamento de dados no 7.º ano – medidas estatísticas”*. A realização deste trabalho tem como principal objetivo contribuir para promover, de uma forma efetiva, a aprendizagem das medidas estatísticas na disciplina de Matemática, numa turma de 7.º ano. Deste modo, o trabalho dará especial atenção aos aspetos que se prendem com o cálculo das medidas estatísticas, a compreensão do seu significado, as vantagens e desvantagens na sua utilização. O intuito deste trabalho é contribuir para melhorar as práticas de ensino do tópico “Tratamento de dados”, no 7.º ano de escolaridade. Este trabalho enquadra-se no âmbito da minha dissertação no Mestrado em Educação, na área de especialização em Didática da Matemática, do Instituto da Educação da Universidade de Lisboa, e orientada pela Profª Doutora Hélia Oliveira.

Para a concretização deste trabalho, que irá decorrer no 2.º período do presente ano letivo, serão recolhidos dados, na disciplina de Matemática, referentes à aprendizagem dos alunos da turma C do 7.º ano, da qual sou professora da disciplina e diretora de turma. Neste trabalho serão objeto de análise: as produções escritas dos alunos e a transcrição de interações entre os alunos no momento da resolução e discussão das tarefas matemáticas propostas. A recolha de dados implicará a gravação em áudio e/ou vídeo de alguns destes momentos durante as aulas. Os dados recolhidos serão usados exclusivamente para a concretização deste trabalho, não sendo divulgados por nenhum meio os nomes dos alunos participantes nem a identificação da escola, salvaguardando-se assim o seu anonimato.

Aos encarregados de educação dos alunos será solicitada a autorização para que os seus educandos colaborem no desenvolvimento do trabalho, realçando-se que será salvaguardado o anonimato.

Antecipadamente grata pela colaboração e com os melhores cumprimentos,

Monte Abraão, 14 de dezembro de 2012

Pede deferimento,

(Sandra Isabel Raposeiro Cadima)

Exmo. ^(a) Sr. (a) Encarregado(a) de Educação

Eu, Sandra Isabel Raposeiro Cadima, professora profissionalizada no grupo 500, do Quadro de Nomeação Definitiva da Zona Pedagógica de Lisboa Ocidental, venho por este meio solicitar autorização para a participação/colaboração do seu educando no trabalho intitulado “*Tratamento de dados no 7.º ano – medidas estatísticas*”. A realização deste trabalho tem como principal objetivo contribuir para promover, de uma forma efetiva, a aprendizagem das medidas estatísticas na disciplina de matemática, numa turma de 7.º ano. Deste modo, o trabalho dará especial atenção aos aspetos que se prendem com o cálculo das medidas estatísticas, a compreensão do seu significado, as vantagens e desvantagens na sua utilização. O intuito deste trabalho é contribuir para melhorar as práticas de ensino do tópico “Tratamento de dados”, no 7.º ano de escolaridade. Este trabalho enquadra-se no âmbito da minha dissertação no Mestrado em Educação, na área de especialização em Didática da Matemática, do Instituto da Educação da Universidade de Lisboa, e orientada pela Profª Doutora Hélia Oliveira.

Da concretização deste trabalho, não resultará nenhum prejuízo para os alunos, sendo que um dos objetivos é contribuir para melhorar a sua aprendizagem. O interesse dos alunos em participar neste trabalho e o consentimento dos encarregados de educação (preenchendo e assinando a autorização) são duas condições essenciais para que se concretize a sua participação. Para a realização deste trabalho, que irá decorrer no 2.º período do presente ano letivo, serão recolhidos dados, na disciplina de matemática, referentes à aprendizagem dos alunos da turma C do 7.º ano, da qual sou professora da disciplina e diretora de turma. Neste trabalho serão objeto de análise: as produções escritas dos alunos e a transcrição de interações entre os alunos no momento da resolução e discussão das tarefas matemáticas propostas. A recolha de dados implicará a gravação em áudio e/ou vídeo de alguns destes momentos durante as aulas. Os dados recolhidos serão usados exclusivamente para a concretização deste trabalho, não sendo divulgados por nenhum meio os nomes dos alunos participantes nem a identificação da escola, salvaguardando-se assim o seu anonimato.

Antecipadamente grata pela colaboração e com os melhores cumprimentos.

Monte Abraão, 03 de janeiro de 2013

A professora de matemática,

(Sandra Isabel Raposeiro Cadima)

AUTORIZAÇÃO

Eu, _____ encarregado de educação do
aluno _____, n.º _____ da turma C do 7.º
ano de escolaridade, da Escola E.B.2, 3 Ruy Belo, tomei conhecimento dos objetivos do
trabalho intitulado "*Tratamento de dados no 7.º ano – medidas estatísticas*", que
envolverá a referida turma, na disciplina de matemática, no decorrer do 2.º período, e
_____(autorizo/ não autorizo) a participação/colaboração do meu educando na
realização do mesmo.

Em relação às gravações em áudio/ vídeo que serão utilizadas para a concretização do
trabalho, com a salvaguarda do respetivo anonimato _____(autorizo/ não autorizo) a
participação/ colaboração do meu educando.

____/____/____

O encarregado de educação,

(assinatura)

Anexo 2

Tarefa 1 - Uso Excessivo da Internet?

Diário de Notícias

"Uso excessivo" da internet sentido por jovens portugueses

Quase metade dos jovens portugueses inquiridos num estudo europeu afirmou já ter sentido um sinal de “uso excessivo” da internet, como não dormir ou comer. (8-11-2012)

Esta edição do Diário de Notícias refere o projeto EU Kids Online que realizou um estudo sobre o uso excessivo da internet entre jovens dos 11 aos 16 anos, em 25 países europeus. A notícia adianta que:

O projeto EU kids Online perguntou aos jovens com que frequência sentiam sinais de uso excessivo da internet, como não dormir ou comer, não fazer os trabalhos de casa ou socializar devido ao tempo passado online.

A notícia acrescenta ainda que:

A percentagem de crianças que respondeu ter tido, pelo menos, um dos itens relacionados com o uso excessivo da internet varia de 17% na Itália para 49% na Estónia, seguido de Portugal (45%).

Os jovens tendem a reportar mais que já se encontraram a navegar na internet sem estarem realmente interessados: 42% tiveram esta experiência alguma vez e 17 % disseram que tinham deixado de comer ou dormir por causa da internet.

Segundo Cristina Ponte, a internet veio também ocupar, em parte, o espaço que antes era da televisão: uma forma de passar os tempos mortos, sem que isto seja indicador de algo problemático.

- 1) Revês-te nesta notícia? Explica porquê.
- 2) Que outros aspetos ligados ao uso da internet seria importante conhecer que não estão referidos na notícia?
- 3) Imagina que irias realizar um estudo para caracterizar o uso que jovens portugueses dos 11 aos 16 anos fazem da internet. Que assuntos poderias investigar? A quem recorrerias? Como poderias fazê-lo?

Anexo 3

Tarefa 2 - Vamos construir um questionário

Duas questões que foram levantadas na turma relativamente à caracterização do uso da internet pelos alunos do vosso estudo foram as seguintes:

Questão 1- Quanto tempo dedicam os alunos à internet?

Questão 2- Que diferenças existem quanto ao uso da internet por rapazes e raparigas?

Elabora perguntas que possam ser incluídas num questionário a aplicar a estes alunos e que permitam dar resposta às duas questões acima indicadas.

Para a questão1:

Para a questão 2:

Agora, tendo em conta o que aprendeste, pensa em mais perguntas para o questionário.

Para a questão1:

Para a questão 2:

Anexo 4

Tarefa 3 - Vamos recordar...

1. Consulta a Tabela de dados relativos ao inquérito sobre o uso da internet realizado numa turma do 9.º ano e identifica as variáveis qualitativas e as variáveis quantitativas discretas e contínuas. Justifica a tua resposta.

Variáveis qualitativas : _____

Porque _____

Variáveis quantitativas discretas: _____

Porque _____

Variáveis quantitativas contínuas: _____

Porque _____

2. Consulta os dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 9.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa e completa a tabela de frequências absolutas e relativas.

Número de horas	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
Total			

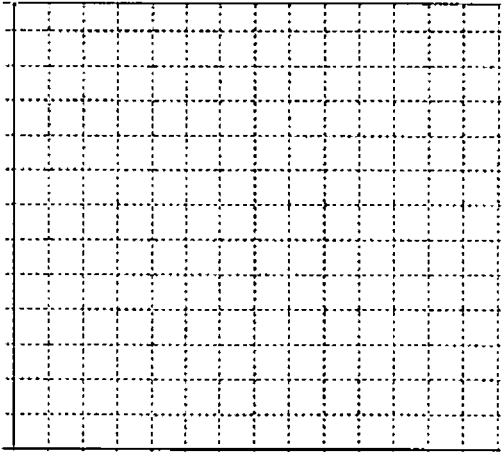
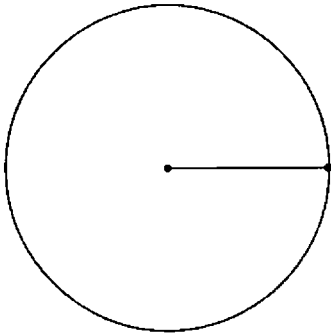
3. A tabela de frequências sistematiza os dados relativos ao maior utilizador da internet em casa dos alunos da vossa turma (7.º ano).

3.1. Completa a tabela apresentando todos os cálculos.

Maiores utilizadores da internet	Frequência absoluta	Frequência relativa
Eu	11	
Mãe / enc. educ.	2	
Pai / enc. educ.		10%
Irmão(o)	6	28%
Total	21	100%

3.2. Utilizando a informação da tabela de frequências da alínea 3.1, constrói: um gráfico circular e um gráfico de barras.

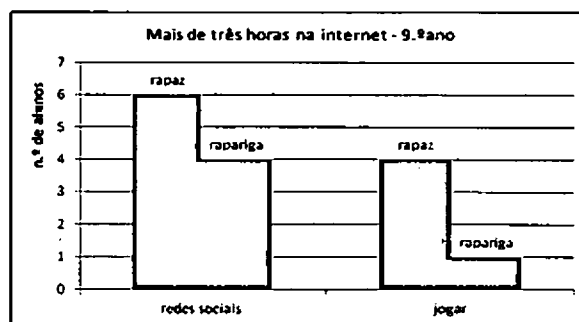
Título: _____



Apresenta os todos cálculos que precisares de efetuar.

3.3. Qual é a moda relativa ao maior utilizador da internet em casa dos alunos do 7.º ano? Justifica a tua resposta.

4. Observa o gráfico de barras que foi construído com base na tabela de dados sobre a turma do 9.º ano.



- 4.1. Escreve todas as conclusões que consegues tirar a partir do gráfico.

- 4.2. Determina a percentagem de alunos desta turma que **utiliza as redes sociais mais de três horas por dia**. Mostra como chegaste à resposta.

- 4.3. Comenta a afirmação:

“ 27% dos rapazes da turma passam **mais de três horas a jogar na internet.**”

- 4.4. Formula uma questão que possa ser respondida com base na informação apresentada no gráfico.

5. Na tabela dos dados do 9.º ano, consulta a coluna correspondente à **idade da mãe** e constrói um diagrama de caule e folhas. O que podes concluir?

6. Com base na tabela que construístes na questão 2:

6.1. Calcula a média de **horas** que os alunos do 9.º ano ficam a **navegar na internet sem fazer uma pausa**. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.

6.2. Indica a moda do número de **horas** que os alunos ficam a **navegar na internet sem fazer uma pausa**. Justifica a tua resposta.

6.3. Indica os extremos e a amplitude do conjunto de dados relativos a esta variável. Explica a tua resposta.

6.4. O que podes dizer, globalmente, sobre o **número de horas** que estes alunos do 9.º ano ficam a **navegar na internet sem fazer uma pausa**?

FIM!

T.P.C. da Tarefa 3

1. Com base nos dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 7.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa foi elaborada a seguinte tabela de frequências absolutas e relativas.

Número de horas	Frequência absoluta f_a	Frequência relativa f_r	Frequência relativa f_r (em %)
1	6	0,4	40%
2	4	0,26	26%
3	3	0,2	20%
4	1	0,07	7%
5	1	0,07	7%
Total	15	1	100%

Observação: 6 alunos responderam – “ não se aplica”

1.1. Calcula a média de horas que os alunos do 7.º C ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.

1.2. Indica a moda do número de horas que os alunos ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Justifica a tua resposta.

1.3. Indica os extremos e a amplitude do conjunto de dados relativos a esta variável. Explica a tua resposta.

1.4. Com base nas questões anteriores e na questão 6 da tarefa 3 elabora um pequeno texto, em que comparas o número de horas que estes alunos do 7.º ano ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa, com o dos alunos da turma do 9.º ano.

Anexo 5

Tarefa 4 - Construir, analisar e interpretar histogramas

1. Na tarefa 3 construístes um diagrama de caule e folhas para representar a idade das mães dos alunos do 9.º ano. Um aluno respondeu: “ não se aplica”.

1.1. Qual é a idade predominante das mães dos alunos do 9.º ano? Justifica a tua resposta.

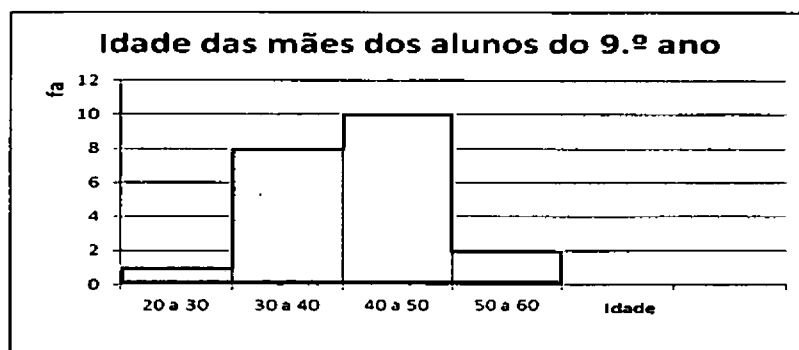
```

  2 | 9
  3 | 6 7 7 7 8 8 8 9
  4 | 1 2 3 4 4 5 6 8 8 9
  5 | 1 2
  
```

1.2. Organiza os dados numa tabela de frequências com as idades agrupadas em classes.

Classes (Idade)	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr	Frequência relativa fr (em %)
[20, 30[
[30, 40[
[40, 50[
[50, 60[
Total	21	1	100%

1.3. Os dados da tabela anterior podem também ser representados através de um gráfico designado por **Histograma**. Observa-o e responde às seguintes questões:



1.3.1. Quantas mães têm menos de 50 anos? Mostra como obtiveste a tua resposta.

1.3.2. Determina a percentagem de mães com mais de 39 anos. Apresenta todos os cálculos.

1.3.3. Indica a classe modal. Explica o seu significado.

1.3.4. Qual é a amplitude de cada classe? Mostra como chegaste à tua resposta.

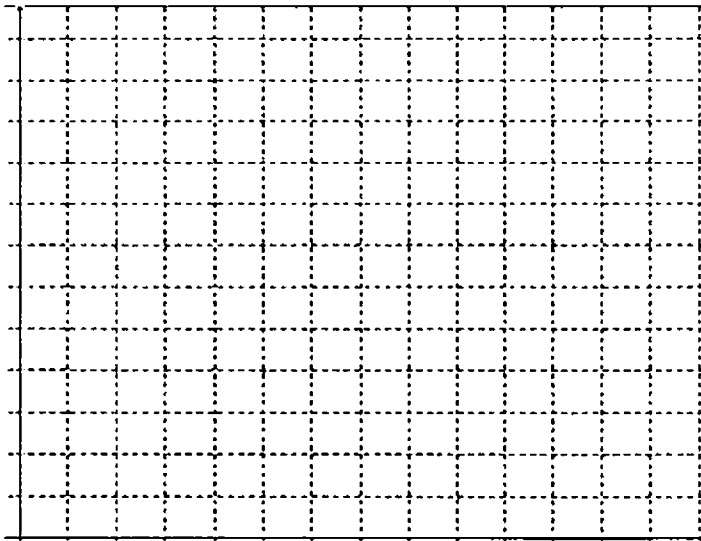
1.4. Compara as duas representações anteriores: o diagrama de caule e folhas com o histograma. O que observas?

2. A partir do diagrama de caule e folhas (questão 1) que representa a idade das mães dos alunos do 9.º ano, completa a tabela de frequências, considerando agora classes de amplitude 5.

Classes (idade)	Frequência absoluta fa	Frequência relativa fr (%)
Total	21	100%

2.1. Representa os dados da tabela de frequências num **histograma**.

Título: _____



2.2. Indica a classe modal. Justifica a tua resposta.

2.3. O que podes dizer, globalmente, sobre a informação que está representada no histograma?

2.4. Compara os dois histogramas relativos à idade das mães dos alunos do 9.º ano. O que concluis? Que informação podes obter de cada um deles?

Anexo 6

Tarefa 5 - Mediana

1. Consulta os dados da Tabela relativos ao número de horas que os alunos do 9.º ano ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa.

1.1. Escreve esses dados por ordem crescente ou decrescente e indica o valor que ocupa a posição central. Esse valor designa-se por **mediana**.

1.2. Comenta a seguinte afirmação:

“50% dos alunos do 9.º ano ficam menos de 2,5 horas a navegar na internet, sem fazer uma pausa.”

1.3. Na tarefa 3, concluíste que existem duas modas (2h e 3h) e que a média é

$$\bar{x} = \frac{68}{22} \approx 3,1 .$$

Na tua opinião, qual das três medidas (média, moda ou mediana) melhor caracteriza o comportamento da turma do 9.º ano relativamente ao número de horas que os alunos ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa? Justifica a tua resposta.

2. Vamos imaginar que um novo aluno que integrou a turma, agora com 23 alunos, passa 3 horas a navegar na internet, sem fazer uma pausa.

2.1. Calcula a média do número de horas que este novo grupo de alunos fica a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Explica o seu significado.

2.2. Determina a mediana e explica o significado do valor encontrado.

2.3. Foram integrados mais dois alunos na turma, agora com 25 alunos, que passam 8 horas na internet, sem fazer uma pausa.

Determina o valor da média e da mediana do número de horas que este novo grupo de alunos fica a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Mostra como obtiveste a resposta.

2.4. Compara a média e a mediana do número de horas que os alunos dos três grupos, passam na internet, sem fazer uma pausa. O que concluis? Justifica a tua resposta.

3. Com base nos dados da Tabela relativos ao número de pessoas a que os alunos estão conectados no Messenger, obtiveram-se os seguintes valores para a média:

Raparigas	Média
7.º ano	16
9.º ano	48

Rapazes	Média
7.º ano	24
9.º ano	23

Compara o valor da média do número de pessoas a que os rapazes e as raparigas do 7.º e 9.º anos estão conectados no Messenger. Escreve as tuas conclusões.

4. Juntámos os dados das duas turmas e obtivemos as seguintes médias e medianas relativas ao número de pessoas a que os rapazes e as raparigas estão conectados no Messenger.

Total	Média	Mediana
Raparigas	32	12
Rapazes	23	1

4.1. Analisa e compara os valores da média e da mediana. O que concluis? Justifica a tua resposta.

4.2. Compara os valores da média desta tabela com os da tabela da questão 3. Que diferenças encontras? Como podes explicá-las?

Anexo 7

Tarefa 6 - Quartis e Diagrama de extremos e quartis

1. Na tarefa 3 construiste um diagrama de caule e folhas para representar a idade das mães

dos alunos do 9.º ano. Um aluno respondeu: “ não se aplica”.

1.1. Calcula a idade mediana e explica o seu significado.

2	9
3	6 7 7 7 8 8 8 9
4	1 2 3 4 4 5 6 8 8 9
5	1 2

1.2. Sabendo que o

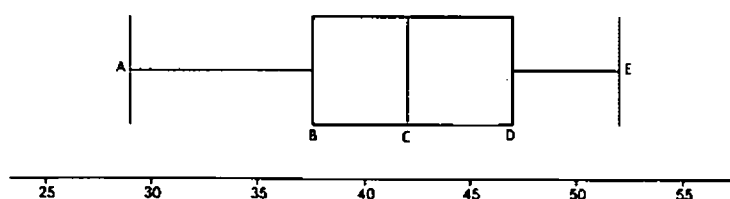
- 1.º quartil é a mediana da primeira metade dos dados.

- 3.º quartil é a mediana da segunda metade dos dados.

Calcula a mediana de cada uma dessas partes e explica o significado dos valores encontrados. Apresenta todos os cálculos.

1.3. A representação abaixo designa-se por **diagrama de extremos e quartis**, em que cada uma das letras representa os extremos e os quartis deste conjunto das idades das mães dos alunos do 9.º ano.

Faz corresponder a cada uma das letras os extremos e os quartis.



1.4. Determina a amplitude interquartis e explica o seu significado.

2. Utilizando a informação das tabelas de frequências absolutas:

2.1. Constrói dois diagramas de extremos e quartis que representem o número de horas que os alunos de cada turma ficam a navegar na internet, sem fazer uma pausa. Apresenta todos os cálculos.

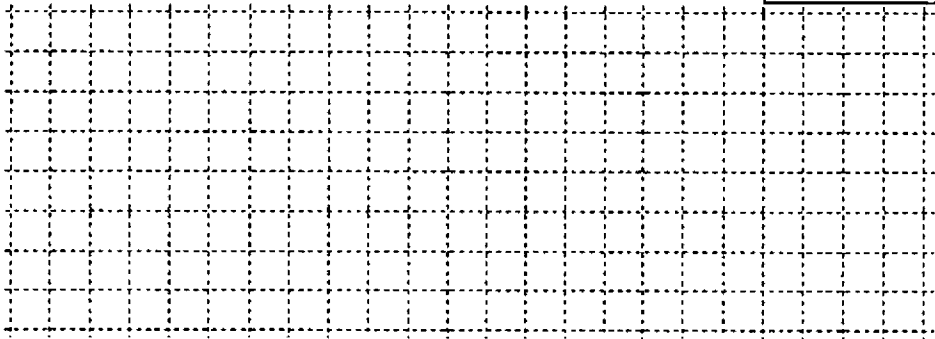
Sugestão: consultar a página 141 do manual.

Número de horas	Frequência absoluta f_a
1	6
2	4
3	3
4	1
5	1
Total	15

Alunos do 7.º ano

Número de horas	Frequência absoluta f_a
1	5
2	6
3	6
4	1
5	1
6	0
7	0
8	3
Total	22

Alunos do 9.º ano



2.2. Compara os diagramas de extremos e quartis que construístes na alínea anterior e escreve as tuas conclusões.

T.P.C. da Tarefa 6

1. Na análise que fizemos da pergunta do questionário: “**Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na internet sem fazer uma pausa?**”, relativamente à turma (7.º ano), não se consideraram as respostas de 6 alunos que responderam “ não se aplica”. Se fizermos corresponder a esses alunos o valor de zero horas, obtemos uma tabela de frequências absolutas e relativas, como a seguinte:

1.1. Completa a tabela, apresentando todos os cálculos.

Número de horas	Frequência absoluta f_a	Frequência relativa f_r	Frequência relativa f_r (em %)
0	6		28%
1	6		
2	4	0,19	
3	3		
4	1		5%
5	1		
Total	21	1	100%

1.2. Calcula a média de **horas** que os alunos do 7.º C ficam **a navegar na internet sem fazer uma pausa**. Apresenta os cálculos e explica o significado do valor encontrado.

1.3. Indica a moda do número de **horas** que os alunos ficam **a navegar na internet sem fazer uma pausa**. Justifica a tua resposta.

1.4. Determina a **mediana** do número de horas que os alunos da vossa turma ficam a navegar na internet sem fazer uma pausa. Explica o significado do valor encontrado.

1.5. Indica os **extremos** e a **amplitude** do conjunto de dados relativos a esta variável.
Explica a tua resposta.

1.6. Determina o 1.º e o 3.º **quartil** e a **amplitude interquartis**. Explica o significado dos valores encontrados.

1.7. Fazendo corresponder as respostas “não se aplica” a zero horas, os valores encontrados para as medidas estatísticas alteraram-se relativamente aos que tinhas determinado na aula. Quais são essas alterações? Como as explicas?

Anexo 8

Tarefa 7 - Vamos tirar conclusões

Questão do estudo:

- Os jovens portugueses fazem um uso excessivo da Internet?

Questões relacionadas:

- Quanto tempo gastam os jovens na Internet?
- Que diferenças existem quanto ao uso da internet por rapazes e raparigas?

Perguntas escolhidas do questionário:

- P1- Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na Internet, sem fazer uma pausa?
- P2- A quantas pessoas estás conectado no Messenger?

Conclusões baseadas no estudo realizado:

Alunos do 9.º ano

Alunos do 7.º ano

Os jovens portugueses fazem um uso excessivo da Internet?

Qual a vossa opinião sobre o decorrer das aulas em que realizaram o estudo estatístico?
Indiquem aspetos positivos e negativos.

Anexo 9

Relatório dos alunos

Os jovens fazem um uso excessivo da Internet?

Ao longo destas aulas de Estatística estiveste a analisar dados provenientes do questionário realizado à tua turma e a uma turma do 9.º ano com o objetivo de compreender se estes alunos fazem um uso excessivo da Internet. Pretendemos agora que faças um relatório em que apresentas as tuas conclusões sobre este estudo.

Como vou fazer este trabalho?

Pretende-se que dê resposta às seguintes questões:

Questão do estudo:

- Os jovens destas duas turmas fazem um uso excessivo da Internet?

Questões relacionadas:

- Quanto tempo gastam os alunos na Internet?
- Que diferenças existem quanto ao uso da Internet pelos alunos do 7.º e do 9.º ano?
- Que diferenças existem quanto ao uso da Internet por rapazes e raparigas?

Para responderes a estas questões deves seguir os seguintes passos:

1.º passo: Organizar a informação que tens sobre os dados relativos às seguintes perguntas do questionário:

- Quantas horas ficas, muitas vezes, a navegar na Internet, sem fazer uma pausa?
- Quantas vezes por semana usas a Internet para realizar trabalhos escolares:
 - por indicação do professor
 - para esclarecer dúvidas
- Indica com que frequência vais dormir mais tarde do que deverias quando estás na internet.

2.º passo: Identificar o tipo de variável presente em cada uma destas perguntas

No caso de variáveis quantitativas deves fazer:

- um gráfico de barras (ou histograma) e descrever a informação que ele contém;
- determinar a média, a mediana e a moda, explicando o significado de cada uma nessa situação e qual te parece ser mais apropriada;
- construir o diagrama de extremos e quartis e explicar a informação que ele contém.

No caso de variáveis qualitativas deves fazer:

- uma tabela de frequências absolutas e relativas;
- um gráfico de barras e descrever a informação que ele contém;
- determinar a moda, explicando o significado nessa situação.

3.º passo: Com base nesses gráficos e medidas estatísticas que determinaste deves responder às questões do estudo que indicámos acima:

- Quanto tempo gastam os jovens na Internet?
- Que diferenças existem quanto ao uso da internet pelos alunos do 7.º e do 9.º ano?
- Que diferenças existem quanto ao uso da internet por rapazes e raparigas?

Finalmente, deves apresentar a tua **conclusão global** sobre se os jovens destas duas turmas fazem um uso excessivo da Internet, apresentando a tua **opinião e as justificações, com base na análise que fizeste.**

Como vou apresentar o relatório?

O teu trabalho será apresentado por escrito e deve ser organizado com os seguintes pontos:

1. Introdução: indicas as questões do estudo e as questões do questionário que vais trabalhar.
2. Desenvolvimento: Para cada uma das perguntas do questionário escolhidas apresentas os gráficos e medidas estatísticas que fizeste, assim como as explicações indicadas no 2º passo acima.
3. Conclusões: Apresentas as ideias que te indicamos no 3.º passo, acima, escrevendo as tuas conclusões sobre este estudo.

NOTA: A data de entrega do trabalho é o **21 de fevereiro** de 2013, na aula de Matemática.

Anexo 10

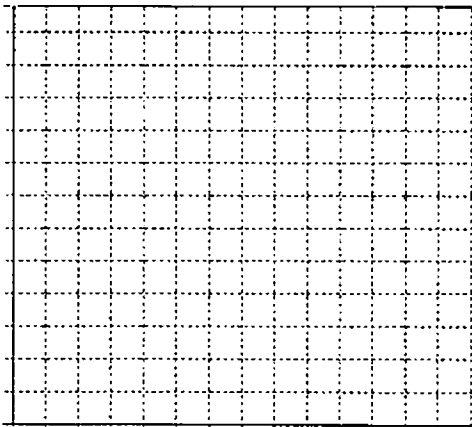
Teste final

1. A Maria plantou no jardim algumas plantas de espécies variadas. Ao fim de dois meses mediu o comprimento do caule de cada uma e registou os seus valores na tabela seguinte:

1.1. Completa a tabela e apresenta os cálculos efetuados.

Comprimento do caule (cm)	N.º de plantas	Frequência relativa (%)
[0, 8[10	
[8, 16[5	
[16, 24[30	
[24, ___[3	
[__, 40[2	
Total		

1.2. Constrói um histograma a partir dos dados da tabela anterior.



1.3. Formula duas questões que possam ser respondidas com base na informação do gráfico que construístes.

1.4. Indica a classe modal e justifica a tua resposta.

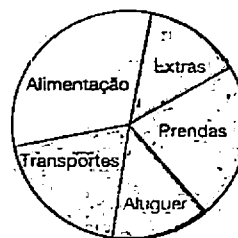
1.5. Qual é a percentagem de plantas com caule superior ou igual a 16cm? Mostra como chegaste à tua resposta.

2. O gráfico circular mostra como se gastou o dinheiro num mês de férias.

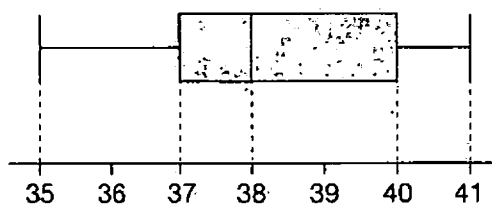
Comenta as seguintes afirmações:

- 2.1. "Gastou-se mais dinheiro em extras que em transportes."
- 2.2. "Cerca de metade do dinheiro foi gasto em alimentação e transportes."

Despesas nas férias



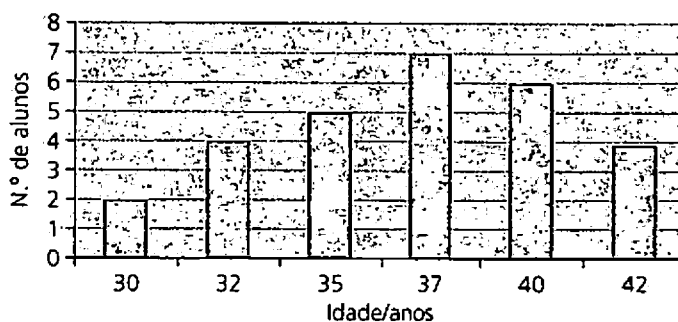
3. O diagrama de extremos e quartis da figura representa a distribuição dos tamanhos dos sapatos dos 28 alunos de uma turma o 7.º ano.



Comenta as afirmações seguintes:

- 3.1. Há mais alunos cujo número do calçado está entre 35 e 37 que entre 37 e 38.
- 3.2. 30% dos alunos calçam o número 40 ou 41.
- 3.3. Cerca de 14 alunos calçam sapatos com o número entre 37 e 40.
- 3.4. O número médio dos tamanhos dos sapatos é 38.
4. A diretora de turma do 7.º H registou as idades das mães dos alunos no gráfico.

Idade das mães dos alunos da turma

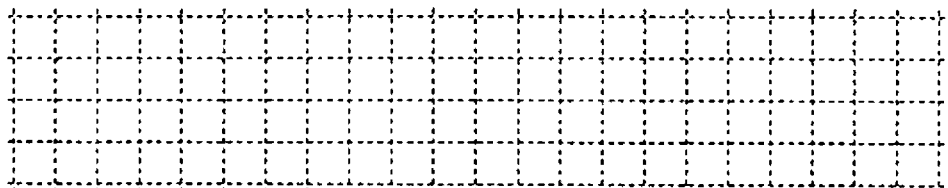


- 4.1. Quantos alunos tem a turma? Apresenta o teu raciocínio e os cálculos que efetuares.

4.2. Calcula a média das idades das mães dos alunos da referida turma e explica o significado do valor encontrado.

4.3. Determina os extremos e os três quartis. Apresenta o teu raciocínio.

4.4. Constrói um diagrama de extremos e quartis relativo à idade das mães.



4.5. Determina a amplitude interquartis e explica o seu significado.

5. Numa pequena empresa pagam-se os seguintes ordenados mensais:

Ordenados (em euros)	2000	600	550	700	450	Total
N.º de funcionários	3	4	7	5	9	28

5.1. Indica a moda dos ordenados mensais e explica o seu significado.

5.2. Calcula a média dos ordenados mensais dos funcionários e explica o significado do valor encontrado.

5.3. Encontra o valor da mediana e explica o significado do valor encontrado.

5.4. Se quisesses descrever globalmente os ordenados desta empresa utilizarias a média ou a mediana? Justifica a tua escolha.

5.5. Vamos imaginar que os ordenados da gerência aumentaram de 2000 para 2500 euros e que os outros trabalhadores mantiveram o seu ordenado.
Que alterações se verificam no valor da média e da mediana dos ordenados?
Justifica a tua resposta.

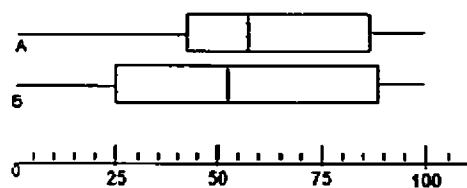
6. Considera os seguintes dados: 23, 20, 14, 13, 17, 21, 29, 31, 10, 12, 11, 21, 5, 36, 19.

6.1. Determina a mediana deste conjunto de números.

6.2. Acrescenta ou tira um dado da lista acima, de maneira a que o novo conjunto de dados tenha uma mediana de 18,5.

Adaptado de DGIDC-Organização e tratamento de dados – 7.º ano

7. Compara as distribuições das classificações obtidas pelos alunos de duas turmas num teste de matemática com base nos diagramas de extremos e quartis apresentados na figura.



Faculdade de Psicologia
Instituto de Educação
Universidade de Lisboa
BIBLIOTECA